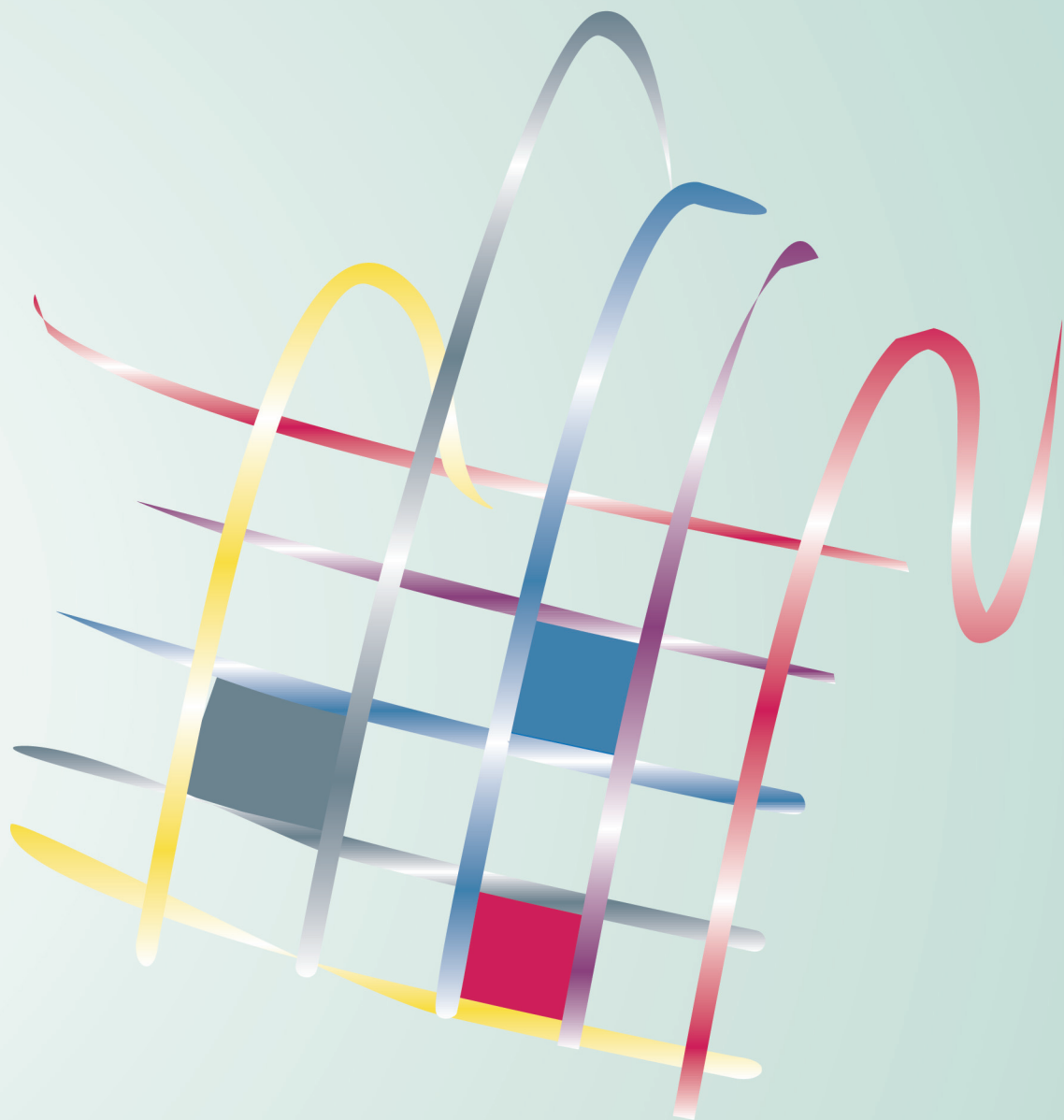


José Manuel Rueda Cantuche  
**Análisis Input-Output estocástico  
de la economía andaluza**



Tesis premiada por el Instituto de Estadística de Andalucía



Instituto de Estadística de Andalucía  
**CONSEJERÍA DE ECONOMÍA, INNOVACIÓN Y CIENCIA**





José Manuel Rueda Cantuche  
**Análisis input-output estocástico  
de la economía andaluza**

**Instituto de Estadística de Andalucía**

Pabellón de Nueva Zelanda

Leonardo Da Vinci, 21

Isla de la Cartuja

41092 Sevilla

Teléfono: 955 03 38 00

Fax: 955 03 38 16-17

[www.juntadeandalucia.es/institutodeestadistica](http://www.juntadeandalucia.es/institutodeestadistica)

José Manuel Rueda Cantuche

**Análisis input-output estocástico  
de la economía andaluza**



Instituto de Estadística de Andalucía  
**CONSEJERÍA DE ECONOMÍA, INNOVACIÓN Y CIENCIA**

**Datos catalográficos**

Rueda Cantuche, José Manuel

Análisis input-output estocástico de la economía andaluza / directores, Flor María Guerrero Casas, Thijs ten Raa ; autor, José Manuel Rueda Cantuche. -- Sevilla : Instituto de Estadística de Andalucía, 2010

80 p. ; 30 cm. + 1 disco compacto (CD-Rom). -- (Tesis)

D.L. SE. 7632-2010

ISBN 978-84-96659-82-7

Tesis doctoral premiada por el Instituto de Estadística de Andalucía

1. Análisis input-output. 2. Econometría. 3. Contabilidad. 4. Andalucía. I. Instituto de Estadística de Andalucía. II. Título. III. Serie

330.44(460.35)(043.2)

**Directores**

Dra. Dña. Flor María Guerrero Casas (Catedrática de Universidad del Departamento de Economía y Empresa de la Universidad Pablo de Olavide) (España)

Dr. D. Thijs ten Raa (Senior Lecturer del Departamento de Econometría e Investigación Operativa de la Universidad de Tilburg) (Países Bajos)

**Autor**

José Manuel Rueda Cantuche

(Universidad Pablo de Olavide de Sevilla)

Año de Edición: 2010 Instituto de Estadística de Andalucía

**© Instituto de Estadística de Andalucía**

Depósito Legal: SE-7632-2010

I.S.B.N.: 978-84-96659-82-7

Tirada: 300 ejemplares

*Reproducción autorizada con indicación de la fuente bibliográfica, excepto para fines comerciales*

*A mi mujer y mi hijo*





# Agradecimientos

Cuando el análisis input-output entró en mi vida, acababa de terminar el servicio militar. En diciembre de 1997, alguien me informó que el Instituto de Estadística de Andalucía estaba buscando personal investigador para la elaboración del Marco Input-Output de Andalucía 1995 y decidí solicitar formar parte de dicho proyecto. Más tarde, supe que el Prof. Dr. Antonio Titos (de la Universidad de Córdoba), quien me enseñó casi todo lo que sé actualmente sobre análisis input-output, consideró conveniente que junto con otros cuatro compañeros me incorporara al equipo técnico e investigador del Instituto de Estadística de Andalucía para dicho cometido. Al mismo tiempo, cursé los estudios de doctorado en Economía Regional en el Departamento de Economía Aplicada II de la Universidad de Sevilla. En particular, este departamento me ofreció también la oportunidad de dar clases de Estadística y Econometría en la Licenciatura de Administración y Dirección de Empresas. El análisis input-output también estuvo muy presente en el transcurso del programa de doctorado.

Sin embargo, mi vida académica se centra ahora en la Universidad Pablo de Olavide. El Área de Métodos Cuantitativos, dirigida por la Prof<sup>a</sup> Dra. Flor M. Guerrero Casas, se convirtió a la postre en el mejor lugar donde se podría haber desarrollado mi investigación sobre análisis input-output, gracias al elevado número de buenos compañeros que, de una u otra manera, me ayudaron y apoyaron en esta ardua tarea. Mi más profundo agradecimiento para la Prof<sup>a</sup> Dra. Flor M. Guerrero Casas, quien me dio la oportunidad de trabajar donde siempre quise, en la universidad. En muchas ocasiones en las que hablábamos sobre la tesis doctoral, siempre me animó a realizarla consultando a los mejores especialistas y lo mejor que yo pudiera. Su dirección y guía ha sido absolutamente necesaria para la realización de este trabajo.

Le debo especial gratitud al Prof. Dr. Thijs ten Raa, de la Universidad de Tilburg. Fue realmente muy amable por su parte atender los incontables correos electrónicos enviados sin, en principio, haber tenido ninguna referencia de mis trabajos. Este trabajo no hubiera sido posible sin su dirección. Me considero una persona afortunada por haberle tenido como codirector y por haber pasado tres meses de trabajo intenso, estimulante y productivo en la Universidad de Tilburg y el Center for Economic Research (CentER). Siempre estaré en deuda con él por haberme orientado tanto en la forma de escribir artículos para revistas internacionales como en la formalización matemática de problemas económicos actuales.

Quiero expresar también mi agradecimiento al Prof. Dr. A. J. J. Talman por su amabilidad e interesantes conversaciones durante tantos y tantos almuerzos en Tilburg.

Asimismo, me gustaría agradecer a los miembros más cercanos de la Fundación Centro de Estudios Andaluces (CentRA) por sus comentarios y sugerencias sobre versiones preliminares de este trabajo, en especial, a la Prof<sup>a</sup>. Dra. Laura Moniche (Universidad de Málaga), al Prof. Dr. Antonio Titos (Universidad de Córdoba) y a Marisa Asensio (Instituto de Estadística de Andalucía). Expreso aquí mi agradecimiento también a todos aquellos compañeros del Departamento de Economía y Empresa de la Universidad Pablo de Olavide.

Y por último, y no por ello menos importante, me gustaría dar las gracias a mi esposa Inma por su apoyo y ayuda incondicional y a mi hijo pequeño Javi, por conseguir que me diera cuenta que en la vida hay otras cosas importantes además del trabajo.

Sevilla, enero de 2004



# Índice de contenidos

Agradecimientos .....	9
<b>Capítulo 1. Introducción general .....</b>	<b>15</b>
1.1. Motivación .....	15
1.2. Objetivos .....	15
1.3. Estructura de los capítulos y contribuciones .....	15
<b>Capítulo 2. Revisión de los distintos enfoques para el tratamiento de producciones secundarias .....</b>	<b>17</b>
2.1. Introducción .....	17
2.2. Enfoques para el tratamiento de producciones secundarias .....	17
2.3. Métodos de transferencia exclusiva de producciones .....	20
2.3.1. Método de transferencia .....	20
2.3.2. Método de Stone (o modelo de tecnología de subproductos) .....	20
2.3.3. Método de SEC-79 .....	20
2.4. Métodos de transferencia de consumos intermedios y producciones .....	20
2.4.1. Método de agregación o de suma total .....	21
2.4.2. Métodos de una única hipótesis sobre tecnología .....	21
2.4.2.1. Modelo de tecnología de producto .....	21
2.4.2.2. Modelo de tecnología de sector .....	21
2.4.2.3. Modelo de tecnología de actividad .....	22
2.4.3. Métodos de hipótesis sobre tecnología híbridas .....	22
2.4.3.1. Modelo mixto de tecnología de producto y sector .....	22
2.4.3.2. Modelo mixto de tecnología de producto y subproductos .....	23
<b>Capítulo 3. Algunas consideraciones añadidas en un contexto axiomático .....</b>	<b>25</b>
3.1. Contexto axiomático de Kop Jansen y ten Raa (1990) .....	25
3.2. Comportamiento axiomático de los modelos mixtos de tecnología de producto y de sector .....	26
3.3. Algunas consideraciones añadidas al contexto axiomático .....	27
3.4. Conclusiones .....	29
<b>Capítulo 4. Formalización y tratamiento del problema de los negativos .....</b>	<b>31</b>
4.1. Introducción .....	31
4.2. Formalización .....	31
4.3. ¿Por qué negativos? .....	32
4.4. Soluciones para coeficientes técnicos negativos .....	33
4.4.1. Procedimiento de Armstrong (Armstrong, 1975) .....	33
4.4.2. Procedimiento de Almon (Almon, 1970) .....	33
4.4.3. Procedimiento de Rainer (Rainer, 1989) .....	35
4.4.4. Modelo de tecnología de actividad (Konijn, 1994) .....	35
4.4.5. Procedimiento de Steenge (Steenge, 1990) .....	36

4.4.6.	Procedimiento de Stahmer (Stahmer, 1985) . . . . .	36
4.4.7.	Procedimiento de los Estados Unidos (Young, 1986) . . . . .	36
4.5.	Condiciones de no negatividad y matrices rectangulares . . . . .	36
4.6.	Conclusiones . . . . .	37

**Capítulo 5. Producciones secundarias en la economía andaluza (1995) . . . . . 39**

5.1.	Introducción . . . . .	39
5.2.	Coefficientes técnicos negativos en la economía andaluza . . . . .	39
5.3.	Relaciones económicas subyacentes . . . . .	42
5.4.	Conclusiones . . . . .	52

**Capítulo 6. Análisis estocástico de multiplicadores basados en matrices de origen y destino . . . . . 55**

6.1.	Introducción . . . . .	55
6.2.	Desde las matrices de origen y destino hacia los coeficientes técnicos . . . . .	56
6.3.	Multiplicadores input-output estocásticos . . . . .	57
6.4.	Multiplicadores input-output: su relación con los consumos intermedios y producciones por establecimientos. . . . .	58
6.4.1.	Multiplicadores de empleo . . . . .	58
6.4.2.	Multiplicadores de producción. . . . .	58
6.5.	El problema de la valoración . . . . .	59
6.6.	Resultados . . . . .	60
6.6.1.	Multiplicadores de empleo . . . . .	60
6.6.2.	Multiplicadores de producción. . . . .	66
6.7.	Conclusiones . . . . .	71

**Conclusiones generales . . . . . 73**

**Referencias bibliográficas . . . . . 75**

**Apéndice (Adjunto en Cd-Rom)**

A.1.	Matriz de coeficientes técnicos de Andalucía según Instituto de Estadística de Andalucía (1999)
A.2.	Matriz de coeficientes técnicos de Andalucía según la hipótesis de tecnología de producto
A.3.	Matriz B. Año 1995
A.4.	Matriz C. Año1995
A.5.	Producciones secundarias respecto al total de la producción de cada sector
A.6.	Matriz D. Año1995
A.7.	Producciones secundarias respecto al total de la producción de cada producto

**Índice de tablas**

2.1.	Marco contable general para el análisis input-output . . . . .	18
2.2.	Tratamiento de producciones secundarias. . . . .	19
3.1.	Grado de cumplimiento de los axiomas según enfoques. . . . .	26
3.2.	Supuestos adicionales sobre los axiomas según enfoques. . . . .	30
5.1.	Distribución de frecuencias de coeficientes negativos . . . . .	40
5.2.	Coefficientes técnicos negativos en la economía andaluza . . . . .	41
5.3.	Extracción de minerales metálicos . . . . .	42
5.4.	Pesca. . . . .	43
5.5.	Otros servicios a las empresas . . . . .	44
5.6.	Transporte aéreo . . . . .	44
5.7.	Comercio de vehículos y carburantes. . . . .	45
5.8.	Producciones de cine, vídeo, radio y televisión . . . . .	46
5.9.	Fabricación de grasas y aceites. . . . .	46
5.10.	Edición y artes gráficas. . . . .	47
5.11.	Captación, depuración y distribución de agua. . . . .	47
5.12.	Actividades informáticas. . . . .	48
5.13.	Educación privada. . . . .	48
5.14.	Industria cárnica. . . . .	49
5.15.	Fabricación de otros productos químicos . . . . .	49
5.16.	Hoteles, pensiones y otros tipos de hospedaje . . . . .	50

5.17.	Actividades industriales de limpieza . . . . .	50
5.18.	Actividades asociativas. . . . .	51
5.19.	Otras actividades recreativas, culturales y deportivas . . . . .	51
5.20.	Otros tipos de relaciones económicas subyacentes a coeficientes técnicos negativos . . . . .	52
6.1.	Multiplicadores de empleo . . . . .	60
6.2.	Producciones secundarias y sesgo de multiplicadores de empleo. . . . .	63
6.3.	Multiplicadores de producción. . . . .	66
6.4.	Producciones secundarias y sesgo de multiplicadores de producción . . . . .	69

## Índice de notaciones

$\hat{\phantom{x}}$	Matriz diagonal (convirtiendo un vector en matriz o reduciendo a ceros los elementos de fuera de la diagonal principal).
$\sim$	Matriz cuyos elementos de la diagonal principal son cero.
$T$	Transposición de una matriz.
$-1$	Inversa de una matriz.
$n$	Número de sectores y de productos.
$m$	Número de establecimientos muestrales.
$e$	Vector columna de unos.
$A$	Matriz de coeficientes técnicos.
$U$	Matriz de destino.
$V$	Matriz de origen.
$I$	Matriz identidad.
$T$	Matriz de transacciones intersectoriales.
$f$	Vector columna de demanda final.
$w$	Vector fila de valor añadido.
$\rho$	Vector columna de precios por unidad de producción.
$s$	Vector columna de niveles de actividad.
$B$	Matriz de estructuras de consumos intermedios de cada sector por tipos de productos.
$C$	Matriz de composición de las producciones de cada sector por tipos de productos.
$C_1$	Matriz de composición de las producciones de cada sector por tipos de productos (solo aquellos para los que se asuma la hipótesis de tecnología de producto).
$D$	Matriz de composición de las producciones de cada producto por sectores.
$D_2$	Matriz de coeficientes de mercado de cada producto (solo aquellos para los que se asuma la hipótesis de tecnología de sector).
$D^*_2$	Matriz de composición de las producciones de cada producto (solo aquellos para los que se asuma la hipótesis de tecnología de sector) por sectores.
$L$	Vector fila de empleo.
$l$	Vector fila de coeficientes de empleo sobre producción.
$\rho$	Vector fila de coeficientes de producción.
$\tau$	Vector fila de coeficientes de valor añadido.
$\lambda$	Vector fila de multiplicadores de empleo por producto.
$\mu$	Vector fila de multiplicadores de producción por producto.
$\varepsilon$	Vector fila de perturbaciones aleatorias.
$u^p_{kj}$	Consumo intermedio doméstico del producto $k$ por parte del sector $j$ a precios de adquisición.
$u^b_{kj}$	Consumo intermedio doméstico del producto $k$ por parte del sector $j$ a precios básicos.
$\tau^c_{kj}$	Márgenes de comercio incorporados al producto $k$ que ha sido adquirido por el sector $j$ .
$T_{kj}$	Márgenes de transporte incorporados al producto $k$ que ha sido adquirido por el sector $j$ .
$N_{kj}$	Impuestos netos sobre productos excepto IVA no deducible incorporados al producto $k$ que ha sido adquirido por el sector $j$ .
$H_{kj}$	IVA no deducible incorporado al producto $k$ que ha sido adquirido por el sector $j$ .
$t^d_{kj}$	Tipo medio de márgenes de comercio incorporados al producto $k$ que ha sido adquirido por el sector $j$ .
$t_{kj}$	Tipo medio de márgenes de transporte incorporados al producto $k$ que ha sido adquirido por el sector $j$ .
$n_{kj}$	Tipo medio de impuestos netos sobre productos excepto IVA no deducible incorporados al producto $k$ que ha sido adquirido por el sector $j$ .
$h_{kj}$	Tipo medio de IVA no deducible incorporado al producto $k$ que ha sido adquirido por el sector $j$ .
$t^d_{kji}$	Tipo medio de márgenes de comercio incorporados al producto $k$ que ha sido adquirido por el establecimiento $i$ perteneciente al sector $j$ .
$t_{kji}$	Tipo medio de márgenes de transporte incorporados al producto $k$ que ha sido adquirido por el establecimiento $i$ perteneciente al sector $j$ .

- $n_{kji}$  Tipo medio de impuestos netos sobre productos excepto IVA no deducible incorporados al producto  $k$  que ha sido adquirido por el establecimiento  $i$  perteneciente al sector  $j$ .
- $h_{kji}$  Tipo medio de IVA no deducible incorporado al producto  $k$  que ha sido adquirido por el establecimiento  $i$  perteneciente al sector  $j$ .

# 1. Introducción general

## 1.1. Motivación

Los coeficientes técnicos, medidos como las cantidades necesarias de bienes y servicios intermedios por unidad de producto, constituyen la base para multitud de análisis económicos de impacto a través de los multiplicadores input-output. Sin embargo, desde la publicación del Sistema de Cuentas Nacionales de las Naciones Unidas (1968), la construcción de matrices de coeficientes técnicos utilizando matrices de origen y destino como puntos de partida, no ha sido tarea fácil.

Las producciones secundarias de los distintos sectores de una economía y los consumos intermedios asociados a dichas producciones deben ser deducidas de las producciones totales de cada uno de ellos. Así, se hace imprescindible asumir ciertos supuestos para llevar a cabo este proceso; a saber, las hipótesis sobre tecnología de producto, tecnología de sector, tecnología de subproductos, entre otras. En particular, sabemos por Kop Jansen y ten Raa (1990) que, desde un punto de vista axiomático, el método de tecnología de producto sería teóricamente superior al resto. No obstante, la aplicación de dicha hipótesis tiene a su vez limitaciones. En primer lugar, pueden obtenerse coeficientes técnicos negativos y en segundo, es absolutamente necesario que el número de productos sea exactamente igual al número de sectores. Esta problemática ha venido promoviendo una literatura extensa tanto sobre las posibles fuentes y causas de la negatividad de los coeficientes técnicos resultantes y sus implicaciones económicas, como de las soluciones planteadas al respecto. En concreto, el problema de la negatividad se atribuye, con carácter general, a la existencia de tecnologías diferentes para un mismo producto, la heterogeneidad en el sistema de clasificación de actividades y los errores de medida en las matrices de origen y destino; y las soluciones ofrecidas no dejan de ser procedimientos estadísticos y matemáticos con éxito desigual y a veces, demasiado alejados de la realidad económica que se quiere analizar. En este punto, no existe actualmente un acuerdo general sobre cuál es el modelo de tecnología válido para construir una matriz de coeficientes técnicos.

Por otro lado, el cálculo estocástico de multiplicadores a partir de la matriz inversa de Leontief sufre de importantes limitaciones en tanto que se presumen sesgados y con distribución de probabilidad no conocida. La imposición en la literatura de distribuciones conocidas sobre los coeficientes técnicos no consiguen más que establecer fórmulas que cuantifican el sesgo (West, 1986; ten Raa y Steel, 1994; ten Raa y Kop Jansen, 1998), asumiendo, bajo hipótesis ciertamente restrictivas, la sesgidez y, en particular, la infraestimación de la matriz inversa de Leontief (Simonovits, 1975).

## 1.2. Objetivos

Los objetivos generales de este trabajo de investigación que se desarrollará a partir del siguiente capítulo consisten en replantear el carácter necesario de los coeficientes técnicos para el cálculo de multiplicadores input-output de producción y empleo; demostrar que es posible calcular dichos multiplicadores a partir de matrices de origen y destino rectangulares, sin tener que acometer la construcción de una matriz de coeficientes técnicos y con las propiedades de insesgidez y consistencia; y, analizar el papel de las producciones secundarias sobre el sesgo que teóricamente poseen los multiplicadores hallados a partir de la información suministrada por los institutos de estadística oficiales.

## 1.3. Estructura de los capítulos y contribuciones

Con un índice previo de notaciones, útil para facilitar la lectura de este trabajo de investigación, el capítulo primero ofrece la motivación y objetivos generales del mismo, así como la estructura y contribuciones por capítulos.

El capítulo 2 presenta una revisión sobre los diferentes enfoques existentes para el tratamiento de las producciones secundarias con el objetivo de construir una matriz de coeficientes técnicos y utilizando información sobre el origen y destino de la producción de una economía. Asimismo, proporciona una descripción completa de las ventajas e inconvenientes del empleo de cada uno de estos enfoques.



El capítulo 3 presenta el resultado de Kop Jansen y ten Raa (1990) mediante el cual, el modelo de tecnología de producto es teóricamente superior al resto. Como nueva aportación, se demuestra que, en función de la caracterización axiomática propuesta por dichos autores, los métodos de tecnología híbrida de producto y sector establecidos por el Sistema de Cuantías Nacionales (Naciones Unidas, 1968) y basados en los trabajos de Gigantes (1970), no cumplen ni el axioma financiero ni los de invariabilidad de precios y escala. No obstante, la contribución principal consiste en probar que, bajo ciertas restricciones sobre los datos, algunos métodos de construcción de matrices de coeficientes técnicos pueden cumplir los axiomas de equilibrio material y financiero, no siendo así para los axiomas de invariabilidad de precios y escala.

El capítulo 4 ofrece como nueva aportación la formalización matemática del problema de la construcción de una matriz de coeficientes técnicos en un contexto de producciones y consumos intermedios (origen y destino de productos). Asimismo, describe la literatura existente sobre las posibles causas y soluciones al llamado problema de los negativos cuando la hipótesis de tecnología de producto es asumida. En particular, el procedimiento de Almon (1970) será formalizado de manera más completa.

El capítulo 5 describe los sectores de la economía andaluza que potencialmente pueden elaborar sus producciones secundarias con una tecnología diferente a la del producto correspondiente. En consecuencia, una investigación más detallada de las estructuras de consumos intermedios de cada sector sobre la base de los coeficientes técnicos negativos obtenidos mediante la aplicación de la tecnología de producto, favorecerá la detección y posterior corrección de posibles errores de medida en las matrices de origen y destino, problemas de agregación y/o identificación de producciones secundarias realmente elaboradas con una tecnología de sector. Este análisis puede ser de utilidad para los técnicos encargados de la elaboración del Marco Input-Output de Andalucía cada cinco años.

Los institutos de estadística oficiales dedican parte de sus esfuerzos a combinar las matrices de origen y destino para construir tablas input-output simétricas y matrices de coeficientes técnicos. Después, la comunidad científica especializada se encargará de invertir la matriz de Leontief para calcular los multiplicadores de producción y empleo de una economía. Tanto el proceso de construcción de una matriz de coeficientes técnicos como el cálculo de multiplicadores (a través de la matriz inversa de Leontief) son dos operaciones no

lineales que no han sido tratadas de manera conjunta y que representan complejos problemas de transmisión de errores.

No obstante, en el capítulo 6 se demuestra que, a partir de la información suministrada por los establecimientos sobre producciones y consumos intermedios (matrices de origen y destino rectangulares), es posible calcular estimadores insesgados y consistentes de los multiplicadores input-output de empleo y producción sin necesidad de calcular previamente una matriz de coeficientes técnicos ni la correspondiente matriz inversa de Leontief (con las matrices de origen y destino necesariamente cuadradas).

Los resultados obtenidos para la economía andaluza en el año 1995 no serán además los teóricamente esperados debido a que en su mayoría los multiplicadores estimados son superiores a los hallados a partir de la información oficial relativa a las matrices de origen y destino (cuadradas). Encontramos, asimismo, que las producciones secundarias se relacionan de forma positiva con el sesgo de los multiplicadores de producción y empleo en la economía andaluza.

Así, pensamos que este conjunto de resultados puede ser de utilidad para aquellos investigadores que pretendan calcular la capacidad de generación de empleo y producción de una economía con estimadores insesgados y consistentes y, en particular, de la economía andaluza.

Este trabajo de investigación se cierra con las conclusiones generales. En el Apéndice se presentan: la matriz de coeficientes técnicos publicada en IEA (1999) y la matriz estimada a partir del empleo de la hipótesis de tecnología de producto; la matriz de estructuras de consumos intermedios de cada sector por tipos de productos (B); la matriz de composición de las producciones de cada sector por tipos de productos (C); la matriz de composición de las producciones de cada producto por sectores (D); y sendas tablas de producciones secundarias respecto al total de la producción de cada sector y de cada producto, respectivamente, ordenados en forma descendente.

Las referencias bibliográficas recogidas en este trabajo son fruto de la voluntad de recoger una selección de las principales aportaciones sobre la materia. Asimismo, se incluyen algunas monografías clásicas de recomendada lectura sobre análisis input-output clásico y métodos econométricos.

Por último, este trabajo también incorpora un CD-Rom desde el cual se podrá acceder al documento completo en formato Acrobat Reader así como a las tablas del Apéndice en formato Microsoft Excel.

## 2. Revisión de los distintos enfoques para el tratamiento de producciones secundarias

### 2.1. Introducción

Este capítulo presenta una revisión sobre los diferentes enfoques existentes para el tratamiento de las producciones secundarias con el objetivo de construir una matriz de coeficientes técnicos y utilizando información sobre el origen y destino de la producción de una economía. Asimismo, proporciona una descripción completa de las ventajas e inconvenientes del empleo de cada uno de estos enfoques.

### 2.2. Enfoques para el tratamiento de producciones secundarias

Una matriz de coeficientes técnicos,  $A = (a_{ij})_{i,j=1,\dots,n}$  (donde  $n$  es el número de productos), representa las necesidades directas del bien  $i$  para producir una unidad física del bien  $j$ . Por ejemplo, si el sector 1 se corresponde con la agricultura y el sector 2 con la industria química, entonces  $a_{21}$  será la cantidad de productos químicos utilizados por la agricultura por cada unidad de producción: melocotón, manzana, etc. En términos más generales, la referencia estándar sobre este aspecto es Leontief (1986).

La matriz de coeficientes técnicos  $A$  ha sido utilizada en innumerables ocasiones en la planificación económica a nivel regional o nacional; por ejemplo, se pueden analizar las necesidades de producción para satisfacer un determinado nivel de demanda final, que puede a su vez verse influenciada por exportaciones o políticas de inversión. Asimismo, suele emplearse también para evaluar los efectos sobre los precios de un shock energético, por ejemplo, que en gran medida provocaría cambios sobre las proporciones de valor añadido en la producción total de cada sector.

Los institutos de estadística oficiales regionales y nacionales han concentrado sus esfuerzos casi exclusivamente en la construcción de tablas input-output por sectores o ramas de actividad en vez de por tipos de productos. Evidentemente, desde un punto de vista práctico, la complejidad inherente a la recogida de datos y el grado de credibilidad de los mismos

hacen casi siempre aconsejable la construcción de la llamada tabla de transacciones (ten Raa, 1994)  $T = (t_{ij})_{i,j=1,\dots,n+1}$  (utilizada para sectores o ramas de actividad). En dicha tabla, cada elemento representa las necesidades del sector  $i$  por cada unidad de producción del sector  $j$ , así como los diferentes componentes de la demanda final (consumo privado y público, inversión y exportaciones netas).

Según ten Raa (1994), si la realidad se asemejara a una simple tabla input-output de transacciones,  $T$ , la construcción de la matriz de coeficientes técnicos,  $A$ , sería básicamente el resultado del siguiente cociente:

$$a_{ij} = \frac{t_{ij}}{\sum_{s=1}^{n+1} t_{js}}$$

donde  $a_{ij}$  son los coeficientes técnicos y  $t_{ij}$  las transacciones intersectoriales.

No obstante, en primer lugar, la propia existencia de una tabla de transacciones asume que tanto los productos como los sectores pueden clasificarse de la misma manera. En segundo lugar, también se sugiere que los sectores producen un solo producto pero consumen múltiples inputs. Esto es, las producciones secundarias no son tenidas en cuenta en una tabla de transacciones. Por último, el conjunto de productos de cada fila y columna de la correspondiente tabla input-output obtenida por sectores no es en absoluto homogéneo en términos del modo de producción de cada producto (véase Braibant, 2002 y Rainer, 1989 por ejemplo).

Con el objetivo de dar solución a estas limitaciones, el Sistema de Cuentas Nacionales propuesto por las Naciones Unidas - NU, en adelante - (1968) estableció por primera vez los conceptos de matrices de origen y destino dentro del marco input-output<sup>1</sup>. Las tablas de origen y destino describen la oferta y la demanda de bienes y servicios, dividida por sectores, respectivamente. Por ello, vamos a definir una matriz de destino  $U = (u_{ij})_{i,j=1,\dots,n}$  de productos  $i$  consumidos por el sector  $j$ , y una matriz de origen  $V = (v_{ij})_{i,j=1,\dots,n}$  donde el sector  $i$  producirá el producto  $j$  (NU, 1968; ten Raa, Chakraborty y Small, 1984; Kop Jansen y ten Raa, 1990). Obsérvese que, aunque se han realizado trabajos utilizando matrices de origen

1. La obtención de matrices de origen y destino fue propuesta originalmente por van Rijckeghem (1967) y de forma similar, por Edmonston (1952).

y destino rectangulares (véase Konijn, 1994), consideraremos matrices de origen y destino donde el número de sectores coincida con el número de productos. En consonancia con Kop Jansen y ten Raa (1990) tampoco consideraremos en esta tesis aquellas tablas input-output por sectores o mixtas (por sectores y productos). Esta tesis se centrará en las llamadas tablas input-output producto por producto, que a su vez dan consistencia a la matriz de coeficientes técnicos  $A$ , tal como se definió anteriormente. Este nuevo marco proporcionó una descripción más precisa de los flujos de bienes y servicios de una economía y, al mismo tiempo, obligó a los economistas a plantearse y a debatir la cuestión de cómo construir una matriz de coeficientes técnicos utilizando como información de partida las matrices de origen y destino, lo que no siempre supone partir de supuestos o métodos matemáticos que tengan que tener sentido desde un punto de vista económico (Viet, 1994).

Básicamente, la construcción de una matriz de coeficientes técnicos  $A$  radica en cómo tratar las producciones secundarias en una economía. Una gran cantidad de establecimientos produce un solo grupo de productos, que son las producciones características o típicas del sector donde se han clasificado. Sin embargo, otros establecimientos pueden producir otros bienes que no se encuentren entre los productos principales del sector en cuestión. Como consecuencia, aparecerán fuera de la diagonal principal de la matriz de origen elementos distintos de cero. La ausencia de una correspondencia exacta entre productos y sectores provocará la búsqueda de nuevas soluciones que permitan obtener matrices de coeficientes técnicos de acuerdo con diferentes métodos para el tratamiento de producciones secundarias. El objetivo principal de los mismos radica en cómo separar tanto

los inputs como los outputs asociados a las producciones secundarias, de tal manera que puedan ser añadidos a los inputs y outputs del sector en el que la producción secundaria sea característica o típica. Generalmente, no existe información disponible sobre cómo asignar los inputs empleados para la producción secundaria entre todos los productos existentes en una economía. Por ello, son necesarias determinadas hipótesis sobre las estructuras de consumos intermedios con el fin de construir una matriz de coeficientes técnicos a partir de la información obtenida en las matrices de origen y destino.

Siguiendo el Sistema de Cuentas Nacionales de las Naciones Unidas (NU, 1968), las producciones secundarias pueden tomar tres formas distintas: producciones subsidiarias, subproductos y producciones conjuntas o mixtas. Un producto subsidiario se produce en un establecimiento donde otro bien, clasificado como producción principal, se produce con una tecnología totalmente distinta a la primera. Los subproductos, en general, surgen como consecuencia del proceso de producción del bien considerado como característico. En este tipo de productos, no sólo sus producciones varían proporcionalmente con la producción del bien típico del sector sino que para producirlos se requieren muy pocos inputs adicionales (por ejemplo, la melaza en las industrias azucareras). Los productos conjuntos o mixtos son aquellos que se producen simultáneamente. Cada tipo de producto tiene una estructura de costes diferente y sus producciones dependen de sus respectivas demandas. Por ejemplo, las actividades ganaderas producirán leche y carne, siendo la estructura de inputs para criar ganado vacuno totalmente diferente dependiendo si, para un nivel de demanda determinado, consideramos la leche o la carne como producción primaria.

**Tabla 2.1. Marco contable general para el análisis input-output**

	Productos	Sectores	Demanda final	Total
Productos		$U$	$f$	$V^T e$
Sectores	$V$			$Ve$
Inputs primarios		$w$		
<b>Total</b>	$e^T V$	$e^T V^T$		

La Tabla 2.1 nos muestra el marco contable general para el análisis input-output según el Sistema de Cuentas Nacionales – SCN, de ahora en adelante - (véase NU, 1968; Gigantes, 1970; NU, 1973; Armstrong, 1975).

Existen diferentes métodos al respecto para el tratamiento de las producciones secundarias a lo largo de toda la literatura económica. Uno de los principales objetivos de este capítulo es presentarlos de manera sistemática en un marco conceptual y con una notación homogénea.

Para ello, en lo que sigue e será un vector columna con todos los elementos iguales a la unidad,  $\mathbf{1}$  indicará

transposición y  $^{-1}$  la inversión de una matriz. Dado que estas dos últimas operaciones son conmutativas, su composición puede escribirse  $^{-T}$ . Asimismo,  $\hat{\cdot}$  significará que una determinada matriz cuadrada se convierte en diagonal suprimiendo los elementos de fuera de la diagonal principal o bien, colocando en la diagonal principal los elementos de un vector.  $\tilde{\cdot}$  será, por último, una matriz cuadrada con todos los elementos de su diagonal principal nulos.

## Tabla 2.2. Tratamiento de producciones secundarias

---

### Revisión de los distintos métodos de tratamiento de producciones secundarias

#### 1.- TRANSFERENCIA EXCLUSIVA DE PRODUCCIONES:

- (a) *Método de transferencia* (Stone, 1961, pp. 39-41; NU, 1973, p. 25; Fukui y Seneta, 1985, p. 178; Viet, 1986, pp. 16-18; Kop Jansen y ten Raa, 1990, p. 215; o Viet, 1994, pp. 36-38).
- (b) *Método de Stone o modelo de tecnología de subproductos* (Stone, 1961, pp. 39-41; NU, 1973, p. 26; ten Raa, Chakraborty y Small, 1984, p. 88; Fukui y Seneta, 1985, p. 178; Viet, 1986, pp. 15-16; Kop Jansen y ten Raa, 1990, p. 215; o Viet, 1994, p. 38).
- (c) *Método del Sistema Europeo de Cuentas Económicas Integradas* (EUROSTAT, 1979; Viet, 1986, pp. 18-19; Kop Jansen y ten Raa, 1990, p. 214; o Viet, 1994, pp. 38-40).

#### 2.- TRANSFERENCIA DE CONSUMO INTERMEDIOS Y DE PRODUCCIONES:

- 2.1.- *Método de agregación o de suma total* (Oficina de Estadísticas Estándar, 1974, p. 116; Fukui y Seneta, 1985, p. 177; Kop Jansen y ten Raa, 1990, p. 214; o Viet, 1994, pp. 42-43).

#### 2.2.- *Métodos de una única hipótesis sobre tecnología*

- (a) *Modelo de tecnología de producto* (NU, 1968; NU, 1973, pp. 26-32; van Rijckeghem, 1967, pp. 607-608; Gigantes, 1970, pp. 280-284; Armstrong, 1975, pp. 71-72; ten Raa, Chakraborty y Small, 1984, p. 88; Viet, 1986, p. 20; Kop Jansen y ten Raa, 1990, p. 215; o Viet, 1994, p. 41).
- (b) *Modelo de tecnología de sector* (NU, 1968; NU, 1973, pp. 26-32; Gigantes, 1970, pp. 272-280; Armstrong, 1975, pp. 71-72; ten Raa, Chakraborty y Small, 1984, pp. 88-89; Fukui y Seneta, 1985, p. 178; Viet, 1986, p. 21; Kop Jansen y ten Raa, 1990, p. 215; o Viet, 1994, pp. 40-41).
- (c) *Modelo de tecnología de actividad* (Konijn, 1994; Konijn y Steenge, 1995).

#### 2.3.- *Métodos de hipótesis sobre tecnologías híbridas*

- (a) *Modelo mixto de tecnología de producto y sector* (NU, 1968; NU, 1973, pp. 33-34; Gigantes, 1970, pp. 284-290; Armstrong, 1975, pp. 72-76).
  - (b) *Modelo mixto de tecnología de producto y subproductos* (ten Raa, Chakraborty y Small, 1984).
-

La Tabla 2.2 presenta una descripción completa de todos los métodos existentes para el tratamiento de producciones secundarias. Estos métodos que conjugan matrices de origen y destino pueden dividirse en dos grupos: aquellos que transfieren exclusivamente producciones y aquellos que transfieren tanto consumos intermedios como producciones.

## 2.3. Métodos de transferencia exclusiva de producciones

Los métodos de tratamiento de productos secundarios basados en la transferencia exclusiva de producciones no tienen un soporte teórico de carácter económico. En gran medida, son procedimientos estadísticos cuyo objetivo fundamental es eliminar aquellos elementos de la matriz de origen situados fuera de la diagonal principal. Es por ello que Viet (1994) sugiere, que tanto el método propuesto por Stone (1961) como el establecido por la Unión Europea (SEC-1979) deban ser únicamente empleados para subproductos<sup>2</sup>.

### 2.3.1. Método de transferencia

El método de transferencia considera las producciones secundarias como si fueran vendidas por el sector que realmente las produce al sector para el que dichas producciones son productos principales. Matemáticamente, la matriz de coeficientes técnicos vendría dada por la siguiente expresión:

$$A_T(U, V) = (U + \tilde{V})(\hat{V}e + \hat{V}^T e - \hat{V})^{-1}$$

La estructura de consumos intermedios del sector para el que la producción secundaria es un producto principal queda, no obstante, distorsionada debido a la inclusión de una adquisición que en verdad es ficticia. Como resultado, un aumento en la demanda final de las producciones secundarias llevarían a un aumento en la demanda de los productos principales propios del sector que realmente las produce como principales, lo que no siempre es verdad. Además, las estructuras de consumos intermedios de aquellos sectores que tienen producciones secundarias pueden verse alteradas si su proporción sobre el output total varía. Por último, las producciones obtenidas pueden ser igualmente producciones sectoriales o de productos.

### 2.3.2. Método de Stone (o modelo de tecnología de subproductos)

A través del método de Stone, todas las producciones secundarias se consideran como subproductos, es decir, como producciones que surgen como consecuencia del proceso de producción del bien considerado como característico. Así, éstas se contemplan como consumos intermedios negativos en el sector donde realmente son producidos.

Matemáticamente, podremos obtener la matriz de coeficientes técnicos  $A$  mediante la siguiente expresión matricial,

$$A_B(U, V) = (U - \tilde{V}^T)\hat{V}^{-1}$$

Como se puede apreciar, la utilización del método de Stone arroja coeficientes técnicos negativos, lo que resulta del todo incoherente con el concepto económico de los mismos. La negatividad de dichos coeficientes aparece cuando el consumo intermedio de un bien  $i$  realizado por un sector  $j$  es menor que la producción secundaria del bien  $i$  por parte de dicho sector. En definitiva, la estructura de consumos intermedios de los sectores que cuenten con producciones secundarias se verá igualmente distorsionada si aplicamos el método de Stone para el cálculo de la matriz de coeficientes técnicos.

### 2.3.3 Método SEC-79

El Sistema Europeo de Cuentas Económicas Integradas (SEC) publicado en 1979 recomienda que las producciones secundarias sean tratadas como si fueran efectivamente producidas por aquellos sectores para los que dichos productos son característicos. Matemáticamente, la matriz de coeficientes técnicos  $A$  se calcularía:

$$A_E(U, V) = U(\hat{V}^T e)^{-1}$$

Los coeficientes técnicos se obtienen dividiendo todos los consumos intermedios de cada columna de la matriz de destino por la producción total del producto  $i$ , el cual está especificado en la columna  $i$  de la matriz de origen. Nótese que dicha producción total no es la producida exclusivamente por un solo sector, sino que incluye otras producciones (secundarias) del resto de sectores de la economía.

Una de las limitaciones de este método de tratamiento de producciones secundarias consiste en que se distorsionan las estructuras de consumos intermedios de aquellos sectores que no cuenten con producciones secundarias pero cuyas producciones características sí forman parte de la producción secundaria de otros sectores. De manera parecida, las estructuras de consumos intermedios de aquellos sectores con producciones secundarias también se verán afectadas. Aún más grave es la situación que se puede presentar cuando la suma de consumos intermedios de un sector  $j$  sea mayor que la producción total del bien  $j$  como consecuencia de la sustracción de las producciones secundarias. Esto conduciría a la no existencia de la matriz inversa de Leontief ya que implicaría sumas de coeficientes técnicos mayores que la unidad<sup>3</sup>.

## 2.4. Métodos de transferencia de consumos intermedios y producciones

Estos métodos consideran los productos secundarios de tal manera que sus producciones y consumos intermedios correspondientes se puedan añadir tanto a las producciones como a los consumos intermedios de aquellos sectores para los que la producción secundaria es característica. La carencia de disponibilidad de información sobre los consumos intermedios realmente asociados con las producciones secundarias es, en general, muy frecuente. Por ello, se asumen

2. Para una explicación más detallada de las consecuencias de cada uno de estos métodos sobre la construcción de tablas input-output simétricas, véase también Viet (1994).

3. Para estudiar las condiciones necesarias y suficientes de existencia de la matriz inversa de Leontief se recomienda Guerrero Casas y Vázquez Cueto (1998).

hipótesis tales como: la tecnología de producto, donde la estructura de consumos intermedios de un bien secundario es la misma, independientemente del sector donde se produzca; y la tecnología de sector, donde la estructura de consumos intermedios del bien secundario coincidiría con la del sector donde efectivamente se produce. Asimismo, en este apartado también presentaremos el modelo de tecnología de actividad y otros modelos híbridos basados en hipótesis sobre tecnologías mixtas.

#### 2.4.1. Método de agregación o de suma total

El método de agregación o de suma total considera la producción secundaria como si realmente ésta fuera producida como bien característico. Implícitamente, este método provocaría graves distorsiones en un análisis económico posterior, el cual dependerá a su vez, en mayor o menor medida, de las similitudes entre las estructuras de consumos intermedios y los coeficientes de mercado de cada sector respecto de la demanda total de un producto determinado. Matemáticamente, la matriz  $A$  de coeficientes técnicos vendría dada por:

$$A_L(U, V) = U(\hat{V}e)^{-1}$$

Los coeficientes técnicos se calcularían dividiendo cada una de las columnas de consumos intermedios de la matriz de destino por la producción total del sector  $j$ , especificada en la fila  $j$  de la matriz de origen. Esta producción total no incluye solo producciones típicas o características del sector  $j$ , sino también producciones secundarias.

#### 2.4.2. Métodos de una única hipótesis sobre tecnología

Existen tres métodos que se basan únicamente en un solo supuesto tecnológico, a saber, la hipótesis de tecnología de producto, la hipótesis de tecnología de sector y el modelo de tecnología de actividad.

##### 2.4.2.1. Modelo de tecnología de producto

El modelo de tecnología de producto asume que cada bien tiene su propia estructura de consumos intermedios, independientemente de cuál sea el sector que lo produzca<sup>4</sup>. Por ello, si  $a_{ik}$  representa las necesidades directas del bien  $i$  por parte del sector  $j$  para la producción de una unidad física del bien  $k$  y, a su vez,  $v_{jk}$  denota la producción secundaria total del bien  $k$  producida por el sector  $j$ , se puede deducir entonces que la cantidad  $a_{ik}v_{jk}$  es el total de consumos intermedios del bien  $i$  necesaria para la producción de  $v_{jk}$  unidades del producto  $k$ . Seguidamente, si también asumimos que el sector  $j$  tiene más de un tipo de producciones secundarias y todas diferentes al producto  $k$ , podemos obtener, sumando para todos los productos elaborados por el sector  $j$ , la cantidad de demanda total del bien  $i$  por parte de dicho sector. Así, podremos escribir  $u_{ij}$  como:

$$u_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} v_{jk} \quad i, j = 1, \dots, n.$$

4. De hecho, bajo la hipótesis de tecnología de producto, tanto las estructuras de consumos intermedios de los sectores como las estructuras de los bienes y servicios que producen, son proporcionales a sus producciones.

Si el sector  $j$  produce  $v_{jk}$  unidades del bien  $k$ , se requerirán entonces  $a_{ik}$  unidades del bien  $i$  por cada unidad física del producto  $k$ . Además, en caso de que otro sector  $t$  produzca  $v_{tk}$  unidades del bien  $k$ , la cantidad de consumos intermedios del bien  $i$  por unidad de producción del bien  $k$ , resulta de nuevo  $a_{ik}$ . En términos matriciales, la hipótesis de tecnología de producto vendría dada por:

$$U = A_C(U, V) V^T,$$

y, por tanto,

$$A_C(U, V) = U V^{-T}$$

Este método requiere para su aplicación que el número de sectores y de productos sea el mismo debido a la necesidad de invertir la matriz de origen. Sin embargo, su principal limitación es la posibilidad de obtener coeficientes técnicos negativos. Según Viet (1994), los coeficientes técnicos negativos aparecen cuando la estructura de consumos intermedios del producto secundario no es la misma que la estructura de consumos del sector donde dicho bien se considera como característico o típico y, además, cuando la cantidad de consumo intermedio que se transfiere es mayor que la cantidad efectivamente consumida por parte del sector que tiene producción secundaria. La posible negatividad de los coeficientes técnicos en la construcción de la matriz  $A$  ha generado una gran cantidad de literatura sobre sus posibles soluciones (Armstrong, 1975; Almon, 1970; ten Raa, Chakraborty y Small, 1984; ten Raa, 1988; ten Raa y van der Ploeg, 1989; Rainer, 1989; Steenge, 1990; Rainer y Richter, 1992; Matthey, 1993; Konijn, 1994; Konijn y Steenge, 1995; Matthey y ten Raa, 1997; Avonds y Gilot, 2002). Más adelante elaboraremos nuestra contribución a este tema con mayor detalle.

##### 2.4.2.2. Modelo de tecnología de sector

La hipótesis de tecnología de sector asume que cada sector tiene la misma estructura de consumos intermedios por cada unidad de producción (esta vez, medida en valores), sea ésta secundaria o principal. Esto implica que cada producto puede tener diferentes tecnologías dependiendo del sector donde se produzcan. De hecho, el modelo de tecnología de sector asume que:

- Las estructuras de consumos intermedios por sectores son proporcionales a sus producciones (tal como ocurría también en la hipótesis de tecnología de producto).
- Los coeficientes de mercado sectoriales son fijos e independientes del nivel de producción por productos o por sectores.

En notación matricial, la matriz de coeficientes técnicos resultaría:

$$A_L(U, V) = U(\hat{V}e)^{-1}V(\hat{V}^T e)^{-1}$$

Vamos a examinar con más detalle la expresión anterior para arrojar un poco de luz sobre los fundamentos económicos que sirven de base a la hipótesis de tecnología de

sector. Si  $U(\widehat{V}e)^{-1}$  representa las necesidades directas del bien  $i$  por unidad de producción del sector  $j$  y  $V(\widehat{V}^T e)^{-1}$  es la proporción del producto  $k$  producida por el sector  $j$  respecto de la producción total de dicho producto por todos los sectores de la economía (a este concepto se le denomina coeficiente de mercado), entonces, de acuerdo con este modelo, los coeficientes técnicos se obtienen a partir de una media aritmética de las necesidades directas de productos por unidad de producción en cada sector, ponderadas por dichos coeficientes de mercado.

Aunque este método haya sido asumido y ampliamente utilizado por muchos países debido a la propiedad de no negatividad de sus coeficientes técnicos resultantes y el hecho de que el número de productos no deba coincidir necesariamente con el número de sectores, no parece del todo aceptable. De acuerdo con los criterios propuestos por Kop Jansen y ten Raa (1990) y que estudiaremos en el siguiente capítulo, la tecnología de sector no satisface el hecho de que por cada unidad de producto, los ingresos deban ser iguales a los costes materiales más un valor añadido. Por otro lado, cambios en los años base de los precios analizados y, además, variaciones proporcionales, tanto en consumos intermedios como en producciones, distorsionarán gravemente la estructura interna de los coeficientes técnicos.

#### 2.4.2.3. Modelo de tecnología de actividad

Con respecto al modelo de tecnología de actividad, Konijn (1994) transforma las matrices de origen y destino iniciales de tal modo que la aplicación de la fórmula asociada a la hipótesis de tecnología de producto, utilizando dichas matrices transformadas, no proporcionen coeficientes técnicos negativos. En lugar de considerar el producto como unidad de análisis, Konijn asume que los sectores pueden producir bienes con distintos procesos de producción, pudiendo ser utilizados éstos, al mismo tiempo, por diferentes sectores. En particular, un mismo producto puede haber sido elaborado por distintos procesos productivos, al mismo tiempo que un mismo proceso de producción puede generar también diferentes tipos de bienes (ej. subproductos). Desafortunadamente, la tabla input-output resultante de actividad por actividad no elimina del todo la posibilidad de obtener coeficientes técnicos negativos. En vista de ello, Konijn (1994) y Konijn y Steenge (1995) argumentan que dichos coeficientes negativos no son más que indicadores de la necesidad de realizar algún tipo de ajuste en términos de clasificación de sectores y productos o bien de llevar a cabo una investigación posterior sobre los posibles errores existentes en la información de base. A pesar de que la aplicación de este método exige una información más exhaustiva y detallada en la elaboración de sus matrices de origen y destino, el Instituto de Estadística de los Países Bajos adopta este método de eliminación de coeficientes técnicos negativos. En conclusión, Konijn (1994) propone, en primer lugar, que el análisis debe centrarse en los procesos de producción más que en los productos, y en segundo lugar, que las clasificaciones de productos y sectores utilizadas en la elaboración de las matrices de origen y destino, deben servir más como instrumento que como factor exógeno.

### 2.4.3. Métodos de hipótesis sobre tecnologías híbridas

#### 2.4.3.1. Modelo mixto de tecnología de producto y sector

Este método de tecnología híbrida asume que las producciones subsidiarias pueden responder en unos casos a la tecnología de producto y en otros, a la tecnología de sector. Según Armstrong (1975), sería perfectamente razonable esperar que la mayoría de los bienes tuvieran la misma estructura de consumos intermedios sea cual sea el sector donde se produzcan. No obstante, cuando las producciones secundarias se obtienen a raíz del propio proceso productivo (ej. subproductos), el supuesto de tecnología de sector parecería el más apropiado. Para la formulación de estos métodos híbridos va a ser necesario dividir la matriz de origen en dos submatrices,  $V_1$  y  $V_2$ . En este apartado,  $V_1$  incluiría aquellas producciones de bienes a los que se les asume una tecnología de producto y  $V_2$ , aquellas a las que se les asume una tecnología de sector.

Este método de tecnología mixta de producto y de sector, originalmente propuesto por Gigantes (1970) e incorporado en el Sistema de Cuentas Nacionales de las Naciones Unidas (1968), se basa en los siguientes supuestos (para nuevas notaciones véase el índice en pág. 13):

(a) En primer lugar, las producciones sectoriales de aquellos bienes para los que se ha asumido una hipótesis tecnológica de producto, son proporcionales a la producción total de cada sector. Esta hipótesis es inherente a la tecnología de producto (ver nota 4). Se denota:

$$V_1^T = C_1(\widehat{V}_1^T e) \quad (2.1)$$

(b) En segundo lugar, las producciones sectoriales de aquellos productos para los que se ha asumido una hipótesis tecnológica de sector, son proporcionales a la producción total de cada bien. De hecho, dichas proporciones se refieren efectivamente a los coeficientes de mercado sectoriales de cada producto. Esta hipótesis es inherente al supuesto de tecnología de sector. Se denota como sigue:

$$V_2 = D_2^*(\widehat{V}_2^T e) \quad (2.2)$$

(c) En tercer lugar, las producciones de aquellas ramas de actividad para los que se ha asumido una tecnología de sector, siguen coeficientes de mercado fijos. Esto es, las producciones sectoriales de aquellos productos para los que se ha asumido una hipótesis tecnológica de sector, son proporcionales a la producción total de todos los bienes y servicios producidos en una economía. Se denota como:

$$V_2 e = D_2(V^T e) \quad (2.3)$$

Según Armstrong (1975), después de algunas transformaciones oportunas la matriz de coeficientes técnicos  $A$  vendría dada por:

$$A_H(U, V) = U(\widehat{V}e)^{-1} \left( (\widehat{V}_1^T e) V_1^{-T} \left( I - (\widehat{V}_1^T e)^{-1} (\widehat{V}_2^T e) \right) + V_2 (\widehat{V}_2^T e)^{-1} \right)$$

Se puede demostrar que si  $V_2 = 0$ , entonces  $V = V_1$ ,  $V_1 e = Ve$  y  $V_2^T e = 0$ ; siendo la solución:

$$A_H(U, V) = UV^{-T} = A_C(U, V),$$

que es la propia hipótesis de tecnología de producto. Análogamente, si  $V_1 = 0$ , entonces  $V = V_2$ ,  $V_2^T e = V^T e$  y  $V_1^T e = 0$ ; siendo, en este caso, la solución:

$$A_H(U, V) = U(\widehat{V}e)^{-1}V(\widehat{V}^T e)^{-1} = A_I(U, V)$$

que es exactamente el modelo de tecnología de sector.

Se puede obtener una solución diferente si suponemos que las producciones de aquellos productos para los que se asume una hipótesis de tecnología de sector, son proporcionales a las producciones de los sectores. En este caso, en lugar de la ecuación (2.3) escribiríamos:

$$V_2^T e = C_2(Ve), \quad (2.4)$$

donde  $C_2 = V_2^T (\widehat{V}e)^{-1}$

En Armstrong (1975, pp. 74-76) se puede encontrar una explicación más detallada sobre la matriz  $A$  de coeficientes técnicos resultante, que sería igual a:

$$A_Y(U, V) = U(\widehat{V}e)^{-1} \left( (\widehat{V}_1 e) V_1^{-T} (I - V_2^T (\widehat{V}e)^{-1} H) + V_2 (\widehat{V}^T e)^{-1} \right)$$

donde  $H = (\widehat{V}_1^T e) V_1^{-1} (I - (\widehat{V}e)^{-1} (\widehat{V}_2 e)) + V_2^T (\widehat{V}e)^{-1}$  y

$H$  tal que  $Ve = H(V^T e)$

Se puede ver fácilmente que si  $V_2 = 0$  entonces  $V = V_1$  y también  $V_1 e = Ve$  y en consecuencia:

$$A_Y(U, V) = UV^{-T} = A_C(U, V),$$

que no es más que el modelo de tecnología de producto. Análogamente, si  $V_1 = 0$ , entonces  $V = V_2$  y por ello:

$$A_Y(U, V) = U(\widehat{V}e)^{-1}V(\widehat{V}^T e)^{-1} = A_I(U, V)$$

que es exactamente el modelo de tecnología de sector.

#### 2.4.3.2 Modelo mixto de tecnología de producto y subproductos

Ten Raa, Chakraborty y Small (1984) diseñaron un nuevo método híbrido donde, junto con la tecnología de producto, sustituyen la tecnología de sector por la tecnología de subproductos o método de Stone. En este caso, la matriz de origen se divide en dos submatrices  $V_1$  y  $V_2$ .  $V_1$  incluiría aquellas producciones para las que se asume una hipótesis de tecnología de producto (ya sean producciones principales o secundarias de tipo ordinario) y  $V_2$  incluiría aquellas para las que se asume una hipótesis de tecnología de subproductos. Los productos secundarios ordinarios son aquellos que constituyen una actividad alternativa a la principal y que no se obtienen de forma automática a consecuencia de dicho proceso productivo. Dado que los subproductos según Stone (1961) se consideran como consumos negativos, entonces las necesidades totales del producto  $i$  por parte del sector  $j$  para la producción tanto de sus producciones secundarias como principales, vendrían dadas por una cantidad neta de consumos intermedios. Matemáticamente:

$$A_{CB}(U, V) = (U - V_2^T) V_1^{-T}$$

Obsérvese que el número de sectores debe coincidir con el número de productos y que, tanto como si todos los productos secundarios son ordinarios ( $V_1 = V$ ) como si todas las producciones secundarias son subproductos ( $V_1 = \widehat{V}, V_2 = \widetilde{V}$ ), se obtendría, en primer lugar, la hipótesis de tecnología de producto y, en segundo lugar, la hipótesis de tecnología de subproductos o método de Stone. Este método tampoco evitaría la presencia de coeficientes técnicos negativos.





### 3. Algunas consideraciones añadidas en un contexto axiomático

#### 3.1. Contexto axiomático de Kop Jansen y ten Raa (1990)

En función de la caracterización axiomática propuesta por Kop Jansen y ten Raa (1990), este capítulo demuestra que los métodos de tecnología híbrida establecidos por el Sistema de Cuantías Nacionales (Naciones Unidas, 1968) y basados en los trabajos de Gigantes (1970), no cumplen ni el axioma financiero ni los de invariabilidad de precios y escala. Asimismo, se demuestra que tanto los axiomas de equilibrio material como financiero pueden llegar a cumplirse asumiendo determinadas restricciones sobre los datos relativos al modelo de tecnología de producto.

Dentro de un contexto axiomático, Kop Jansen y ten Raa (1990) definen cuatro propiedades deseables para toda matriz de coeficientes técnicos, sea cual sea el método empleado para construirla. Éstas son:

1. Axioma M; se refiere a la ecuación de cantidad o equilibrio material, que se denota por:

$$A(U, V)V^T e = Ue.$$

En otras palabras, las necesidades de bienes y servicios totales por producto deben ser iguales a las cantidades efectivamente consumidas y observadas.

2. Axioma F; se refiere a la ecuación de valor o equilibrio financiero, que se representa como sigue:

$$e^T A(U, V)V^T = e^T U.$$

Esto es, los costes totales de consumos intermedios por sector deben ser iguales a los valores efectivamente consumidos y observados.

3. Axioma P; se refiere al carácter de invariabilidad de los coeficientes técnicos como consecuencia de cambios en unidades de medida, o en términos similares, cambios en los precios. Se le suele denominar axioma de invariabilidad de precios:

$$A(\hat{p}U, V\hat{p}) = \hat{p}A(U, V)\hat{p}^{-1}, \forall p > 0$$

Evidentemente, esta propiedad trata de evitar que cambios en el año base al que se refieren los precios, puedan afectar a los coeficientes técnicos. Así pues, con ello se pretende que las variaciones en la estructura interna de dichos coeficientes deban tener su origen en la realidad económica y no en cambios de sistemas de valoración.

4. Axioma S; o axioma de invariabilidad de escala:

$$A(U\hat{s}, \hat{s}V) = A(U, V), \forall s > 0$$

En este último caso, se exige que los coeficientes técnicos no varíen como resultado solo de cambios proporcionales tanto en consumos intermedios como en producciones.

Dichos autores desarrollan y examinan el grado de cumplimiento de los axiomas *M*, *F*, *P* y *S* para varios enfoques sobre el tratamiento de producciones secundarias. En particular, estos autores demuestran que el análisis input-output basado en dicho contexto axiomático, no solo restringe la capacidad de elección del mejor enfoque sino que lo determina de forma única, a saber, el enfoque de la tecnología de producto. En caso de construir una matriz de coeficientes técnicos utilizando otro enfoque alternativo, debemos asumir que la estructura básica del análisis input-output posterior debe ser cuidadosamente revisada, ya que al menos uno de los axiomas habrá sido vulnerado.

**Tabla 3.1. Grado de cumplimiento de los axiomas según enfoques**

Modelo	Axioma <i>M</i>	Axioma <i>F</i>	Axioma <i>P</i>	Axioma <i>S</i>
Transferencia				
Stone o tecnología de subproductos			√	√
Método SEC-79	√		√	
Método de agregación o de suma total				√
Tecnología de producto	√	√	√	√
Tecnología de sector	√			
Tecnología híbrida de Gigantes (1970)	√			
Tecnología híbrida de ten Raa et al. (1984)			√	√

FUENTE: Kop Jansen y ten Raa (1990) y elaboración propia

No obstante, como veremos más adelante, la hipótesis de tecnología de producto tiene también sus propias limitaciones. Es ilustrativo presentar aquí (véase Tabla 3.1) los principales resultados obtenidos por Kop Jansen y ten Raa (1990). Éstos analizan el grado de cumplimiento de los distintos enfoques sobre el tratamiento de producciones secundarias a excepción de los modelos híbridos que combinan las hipótesis de tecnología de producto y de sector. El grado de cumplimiento de éstos últimos, originalmente desarrollados por Gigantes (1970), se presenta como una nueva contribución de este trabajo. En cambio, no es necesario evaluar el modelo de tecnología de actividad (Konijn, 1994) debido a que su formulación es idéntica a la de tecnología de producto.

Así, el modelo de tecnología híbrida propuesto por Gigantes (1970) solo satisface el axioma de equilibrio material, aunque lleve implícitamente supuestos basados en la tecnología de producto. La demostración completa puede verse en el siguiente apartado. Además, este modelo tampoco asegura la no negatividad de los coeficientes técnicos resultantes debido a las mismas razones por las que aparecían en el modelo de tecnología de producto. Nótese asimismo que la utilización de dicha hipótesis condiciona igualmente que el número de sectores deba coincidir con el número de productos considerados.

### 3.2. Comportamiento axiomático de los modelos mixtos de tecnología de producto y sector

Este apartado demuestra que el modelo híbrido basado en la tecnología de producto y de sector para la construcción de una matriz *A* de coeficientes técnicos, solo cumple el axioma de equilibrio material. Asimismo, con las mismas matrices de origen y destino ficticias utilizadas por Kop Jansen y ten Raa (1990) se demuestra que los axiomas de equilibrio financiero y de invariabilidad de precios y escala no se satisfacen.

Definamos las siguientes matrices de origen y destino ficticias con el objetivo de generar contraejemplos:

$$U = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 1 & 1/2 \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad p = s = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Dividamos la matriz de origen en las siguientes dos submatrices  $V_1$  y  $V_2$ :

$$V_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I \quad \text{y} \quad V_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Efectuando las operaciones convenientes, es fácil observar que:

$$Ve = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, V_1e = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, V^T e = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad V_2^T e = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

y, por consiguiente,

$$A_H(U, V) = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/8 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad A_V(U, V) = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/8 \\ 0 & 3/4 \end{pmatrix},$$

con:

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

*Equilibrio material (Axioma M)*

La ecuación de equilibrio material para  $A_H$  se verifica como sigue:

$$A_H(U, V) v^T e = U(\hat{V}e)^{-1} (\hat{V}_1^T e)^{-1} V_1^{-T} (I - (\hat{V}_2^T e)^{-1} (\hat{V}_2^T e)) + V_2 (\hat{V}_2^T e)^{-1} (V_2^T e) \quad (3.1)$$

Dado que es cierto que:

$$(\widehat{V^T e})^{-1} (V^T e) = e \quad \text{y} \quad (\widehat{V^T e})^{-1} (\widehat{V_2^T e}) (V^T e) = V_2^T e$$

la ecuación (3.1) se puede escribir como:

$$\begin{aligned} A_H(U, V) V^T e &= U(\widehat{V e})^{-1} \left( (\widehat{V_1 e}) V_1^{-T} (V^T e) - (\widehat{V_1 e}) V_1^{-T} (V_2^T e) + V_2 e \right) \\ &= U(\widehat{V e})^{-1} \left( (\widehat{V_1 e}) V_1^{-T} (V^T e - V_2^T e) + V_2 e \right) \\ &= U(\widehat{V e})^{-1} \left( (\widehat{V_1 e}) V_1^{-T} (V_1^T e) + V_2 e \right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

y si en la ecuación (3.2) tenemos en cuenta que  $V_1 e = (\widehat{V_1 e}) e$ , entonces:

$$\begin{aligned} A_H(U, V) V^T e &= U(\widehat{V e})^{-1} \left( (\widehat{V_1 e}) V_1^{-T} (V_1^T e) + V_2 e \right) \\ &= U(\widehat{V e})^{-1} \left( (\widehat{V_1 e}) e + V_2 e \right) = U(\widehat{V e})^{-1} (V_1 e + V_2 e) \\ &= U(\widehat{V e})^{-1} (V e) = U e \end{aligned}$$

Para  $A_Y$ , el axioma  $M$  se verifica como sigue:

$$\begin{aligned} A_Y(U, V) V^T e &= U(\widehat{V e})^{-1} \left( (\widehat{V_1 e}) V_1^{-T} (V^T e) + (I - V_2^T (\widehat{V e})^{-1} H) + v_2 (\widehat{V_2 e})^{-1} (V^T e) \right) \\ &= U(\widehat{V e})^{-1} \left( (\widehat{V_1 e}) V_1^{-T} (V^T e) - (\widehat{V_1 e}) V_1^{-T} V_2^T (\widehat{V e})^{-1} H (V^T e) + v_2 (\widehat{V_2 e})^{-1} (V^T e) \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Ahora bien, si  $(\widehat{V^T e})^{-1} (V^T e) = (\widehat{V e})^{-1} (V e) = e$  y  $V e = H (V^T e)$  (véase Armstrong, 1975, p. 75), la ecuación (3.3) se puede escribir como:

$$\begin{aligned} A_Y(U, V) V^T e &= U(\widehat{V e})^{-1} \left( (\widehat{V_1 e}) V_1^{-T} (V^T e) - (\widehat{V_1 e}) V_1^{-T} (V_2^T e) + V_2 e \right) \\ &= U(\widehat{V e})^{-1} \left( (\widehat{V_1 e}) V_1^{-T} (V^T e - V_2^T e) + V_2 e \right) \\ &= U(\widehat{V e})^{-1} \left( (\widehat{V_1 e}) V_1^{-T} (V_1^T e) + V_2 e \right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Finalmente, si tenemos en cuenta que  $V_1 e = (\widehat{V_1 e}) e$

$$\begin{aligned} A_Y(U, V) V^T e &= U(\widehat{V e})^{-1} \left( (\widehat{V_1 e}) V_1^{-T} (V_1^T e) + V_2 e \right) \\ &= U(\widehat{V e})^{-1} \left( (\widehat{V_1 e}) e + V_2 e \right) = U(\widehat{V e})^{-1} (V_1 e + V_2 e) \\ &= U(\widehat{V e})^{-1} (V e) = U e \end{aligned}$$

*Equilibrio financiero (Axioma F)*

Ninguno de los dos modelos híbridos analizados cumple el axioma de equilibrio financiero ya que:

$$e^T A_H(U, V) V^T = (1 \quad 1) \begin{pmatrix} 1/4 & 1/8 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = (11/8 \quad 5/8),$$

$$e^T A_Y(U, V) V^T = (1 \quad 1) \begin{pmatrix} 1/4 & 1/8 \\ 0 & 3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = (9/8 \quad 7/8)$$

y

$$e^T U = (1 \quad 1) \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 1 & 1/2 \end{pmatrix} = (3/2 \quad 1/2).$$

*Invariabilidad de precios (Axioma P)*

El axioma de invariabilidad de precios no se satisface puesto que:

$$A_H(\hat{p}U, V\hat{p}) = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 1/3 & 1/2 \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/3 & 5/12 \end{pmatrix}$$

y

$$A_Y(\hat{p}U, V\hat{p}) = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 1/3 & 1/2 \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 1/3 & -1/6 \\ 1/3 & 1/3 \end{pmatrix},$$

siendo:

$$\hat{p}A_H(U, V)\hat{p}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/4 & 1/8 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/2 \end{pmatrix}$$

y

$$\hat{p}A_Y(U, V)\hat{p}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/4 & 1/8 \\ 0 & 3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 \\ 0 & 3/4 \end{pmatrix}.$$

*Invariabilidad de escala (Axioma S)*

Según el teorema que desde la esfera real propone Kop Jansen y ten Raa (1990), el cumplimiento de los axiomas de equilibrio material e invariabilidad de escala caracterizan la hipótesis de tecnología de producto. Esto es, el cumplimiento de estos dos axiomas impone la tecnología de producto como única alternativa para la construcción de una matriz  $A$  de coeficientes técnicos. Así pues, si se ha demostrado que la primera de ellas se cumple bajo las hipótesis de tecnología mixta planteadas, necesariamente el axioma de invariabilidad de escala no debiera satisfacerse, dado que de hacerlo, el único método válido vendría impuesto por la hipótesis de tecnología de producto, no siendo precisamente éste el caso que nos ocupa. De hecho, se puede demostrar que el axioma de invariabilidad de escala solo se cumple en este tipo de modelos cuando se reducen al de tecnología de producto.

### 3.3. Algunas consideraciones añadidas al contexto axiomático

En concordancia con Divay y Meunier (1982), la naturaleza y las necesidades de consumos intermedios y de factores de producción utilizados para un proceso productivo parecen ligados más a la naturaleza física del producto que a la actividad principal del establecimiento que lo produce. Así, Kop Jansen y ten Raa (1990) establecen una solución puramente teórica al problema de seleccionar un modelo para la construcción de una matriz de coeficientes técnicos a partir de matrices de origen y destino. Dentro de un contexto axiomático estos autores demuestran que la hipótesis de tecnología de

producto es la más apropiada en función de un conjunto de propiedades deseables de contenido económico, las cuales se han tratado de forma exhaustiva en el primer apartado. Asimismo, se establece que el sistema de axiomas sobre el que se basan dichas conclusiones es completo. Esto es, otro tipo de propiedades o axiomas que se puedan formular son un corolario de las especificadas o bien inconsistentes con ellas (Konijn, 1994). Por ejemplo, si añadiéramos el axioma de no negatividad, el problema no tendría solución, dado que es evidente que el único modelo que cumple todos los axiomas es el de tecnología de producto y éste no puede garantizar una matriz de coeficientes técnicos estrictamente no negativa. En este apartado, y como nueva contribución de este trabajo, demostraremos que bajo ciertas restricciones sobre los datos, otros métodos de construcción de matrices de coeficientes técnicos pueden cumplir los axiomas de equilibrio material y financiero, no siendo así para los axiomas de invariabilidad de precios y escala.

Existen dos teoremas que relacionan los axiomas de equilibrio financiero y material con el modelo de tecnología de producto.

### Teorema 1

Una matriz de coeficientes técnicos  $A(U, V)$  cumple el axioma  $M$  para toda matriz  $U$  y toda matriz no singular  $V$  si y solo si  $A(U, V)V^T e = A_C(U, V)V^T e$ .

### Demostración

De la definición de  $A_C$ , el término derecho del axioma  $M$  se puede expresar como:

$$Ue = UV^{-T} V^T e = A_C(U, V)V^T e \quad \square$$

### Teorema 2

Una matriz de coeficientes técnicos  $A(U, V)$  cumple el axioma de equilibrio financiero si y solo si la suma de los elementos de cada columna de la matriz  $A(U, V)$  coincide con la suma de los elementos de dicha columna en la matriz  $A_C(U, V)$ , para toda matriz de destino  $U$  y toda matriz de origen no singular  $V$ . Matricialmente:

$$e^T A(U, V) = e^T A_C(U, V)$$

### Demostración

La condición suficiente se demuestra como sigue. Supongamos que,

$$e^T A(U, V) = e^T A_C(U, V),$$

entonces, por la definición de  $A_C$ ,

$$e^T A(U, V) = e^T UV^{-T}$$

y, por tanto,

$$e^T A(U, V) V^T = e^T UV^{-T} V^T$$

o bien,

$$e^T A(U, V) V^T = e^T U,$$

que es precisamente el axioma de equilibrio financiero. La condición necesaria puede demostrarse replicando la demostración anterior pero en orden inverso.  $\square$

Para el método de agregación o de suma total se obtuvo el siguiente resultado:

### Corolario 1

El método de agregación o de suma total cumple el axioma de equilibrio material para toda matriz de destino  $U$  y toda matriz de origen  $V$  si la producción total de cada sector coincide con la producción total del bien considerado como característico en cada uno de ellos. Esto es, cuando:

$$\hat{V}e = V^T e.$$

### Demostración

Según el método de agregación o de suma total, la matriz  $A$  de coeficientes técnicos vendría dada por:

$$A_L(U, V) = U(\hat{V}e)^{-1}$$

y, por ello, si asumimos que  $\hat{V}e = V^T e$ , obtenemos:

$$A_L(U, V) V^T e = U(\hat{V}e)^{-1} (V^T e) = U(\hat{V}e)^{-1} (\hat{V}e) e = Ue$$

dado que  $V^T e = (\hat{V}e)e$ .

Se concluye, pues, que utilizando el método de agregación o de suma total, el axioma de equilibrio material solo se cumplirá si, para cualquier sector, su producción total coincide con la producción total de cada bien considerado en él como característico. Resulta evidente que lo contrario no tiene porqué darse. Esto es, el cumplimiento del axioma  $M$  no implica que  $\hat{V}e = V^T e$ .

El método de Stone o modelo de tecnología de subproductos también admite otros resultados específicos.

### Corolario 2

El método de Stone o modelo de tecnología de subproductos cumple el axioma de equilibrio financiero para toda matriz de destino  $U$  y toda matriz de origen  $V$  si y solo si los valores añadidos de cada sector son cero. Esto es:

$$e^T V^T = e^T U.$$

### Demostración

Si asumimos el axioma de equilibrio financiero, el modelo de tecnología de subproductos debe verificar:

$$e^T A_B(U, V) V^T = e^T U,$$

siendo el lado izquierdo de la igualdad tal que:

$$e^T (U - \tilde{V}^T) \hat{V}^{-1} V^T = (e^T U - e^T \tilde{V}^T) \hat{V}^{-1} V^T = e^T U \hat{V}^{-1} V^T - e^T \tilde{V}^T \hat{V}^{-1} V^T.$$

Además, dado que  $\tilde{V}^T = V^T - \hat{V}^T$  y  $\hat{V}^T = \hat{V}$  se obtiene:

$$e^T U \hat{V}^{-1} V^T - e^T \tilde{V}^T \hat{V}^{-1} V^T = e^T U \hat{V}^{-1} V^T - e^T V^T \hat{V}^{-1} V^T + e^T \hat{V}^T \hat{V}^{-1} V^T,$$

que es lo mismo que:

$$e^T A_B(U, V) V^T = e^T U - e^T V^T \hat{V}^{-1} V^T + e^T V^T.$$

Por ello, supongamos ahora que  $e^T V^T = e^T U$ , entonces:

$$e^T A_B(U, V) V^T = e^T V^T = e^T U.$$

Todos los pasos pueden ser reordenados en sentido inverso para demostrar la condición necesaria de este corolario.

El modelo que vamos a considerar seguidamente es el de tecnología mixta presentado por ten Raa, Chakraborty y Small (1984), donde la matriz de origen se divide en una submatriz  $V_1$  de productos principales y productos secundarios ordinarios, esto es, aquellos productos que constituyen una actividad alternativa distinta a la principal y que no se obtienen de forma automática a consecuencia de dicho proceso productivo, y una submatriz  $V_2$  de subproductos.

Kop Jansen y ten Raa (1990) demuestran que tanto los axiomas de equilibrio material como financiero se cumplen si y solo si el modelo de tecnología mixta propuesto por ten Raa, Chakraborty y Small (1984) se reduce al modelo de tecnología de producto. En otras palabras, ambos axiomas se satisfacen cuando la submatriz  $V_2$  es nula, esto es, cuando no existen subproductos.

Pero ¿qué ocurre cuando existen tales subproductos? ¿Qué tipo de restricciones hay que imponer sobre los datos para que tanto los axiomas de equilibrio material y financiero se satisfagan? Tomaremos a continuación como punto de partida algunas conclusiones del artículo de Kop Jansen y ten Raa (1990) para ilustrar más este tema.

### Corolario 3

El modelo mixto de tecnología de producto y subproductos (ten Raa, Chakraborty y Small, 1984) cumple el axioma de equilibrio material para toda matriz de destino  $U$  y toda submatriz de origen  $V_1$  cuando  $U = V^T$ .

### Demostración

Bajo la hipótesis mixta de tecnología de producto y subproductos, el axioma de equilibrio material debe verificar que,

$$A_{CB}(U, V) V^T e = (U - V_2^T) V_1^{-T} V^T e = Ue.$$

donde en  $V_1$  se representan las producciones principales y aquellas producciones secundarias consideradas como ordinarias de acuerdo con la definición de ten Raa, Chakraborty y Small (1984), y en  $V_2$ , los subproductos. Dado que estamos asumiendo que  $U = V^T = V_1^T + V_2^T$  se puede demostrar que,

$$(U - V_2^T) V_1^{-T} V^T e = V_1^T V_1^{-T} V^T e = Ue.$$

### Corolario 4

El modelo mixto de tecnología de producto y subproductos (ten Raa, Chakraborty y Small, 1984) cumple el axioma de equilibrio financiero si y solo si los valores añadidos de cada sector son cero. Esto es,

$$e^T V^T = e^T U.$$

### Demostración

Tal y como Kop Jansen y ten Raa (1990) demuestran, si asumimos la hipótesis mixta de tecnología de producto y subproductos, el axioma de equilibrio financiero debe verificar que,

$$e^T A_{CB}(U, V) V^T = e^T (U - V_2^T) V_1^{-T} V^T = e^T U.$$

Lo que puede expresarse también como:

$$e^T A_{CB}(U, V) V^T = e^T (U - V_2^T) V_1^{-T} V^T = (e^T U - e^T V_2^T) V_1^{-T} V^T,$$

que sustituyendo según la ecuación  $e^T V^T = e^T U$ ,

$$\begin{aligned} e^T A_{CB}(U, V) V^T &= (e^T V^T - e^T V_2^T) V_1^{-T} V^T = e^T (V^T - V_2^T) V_1^{-T} V^T \\ &= e^T V_1^T V_1^{-T} V^T = e^T V^T = e^T U. \end{aligned}$$

Por último, todos los pasos también pueden ser reordenados en sentido inverso para demostrar la condición necesaria de este corolario.

## 3.4. Conclusiones

La conclusión más interesante que se puede extraer de estos resultados consiste en que tanto los axiomas de equilibrio material como financiero pueden llegar a cumplirse asumiendo determinadas restricciones sobre los datos relativas al modelo de tecnología de producto (Teoremas 1 y 2). En la Tabla 3.2 se presenta un breve resumen de los principales resultados.

**Tabla 3.2. Supuestos adicionales sobre los axiomas según enfoques**

Modelo	Axioma M	Axioma F	Axioma P	Axioma S
Transferencia	$A_T(U, V)V^T e = A_C(U, V)V^T e$	$e^T A_T(U, V) = e^T A_C(U, V)$	Nunca	Nunca
Stone o tecnología de subproductos	$A_B(U, V)V^T e = A_C(U, V)V^T e$	$e^T A_B(U, V) = e^T A_C(U, V)$ o $e^T V^T = e^T U$	√	√
Método SEC-79	√	$e^T A_E(U, V) = e^T A_C(U, V)$	√	Nunca
Método de agregación o suma total	$A_L(U, V)V^T e = A_C(U, V)V^T e$ o $V e = V^T e$	$e^T A_L(U, V) = e^T A_C(U, V)$	Nunca	√
Tecnología de producto	√	√	√	√
Tecnología de sector	√	$e^T A_I(U, V) = e^T A_C(U, V)$	Nunca	Nunca
Tecnología híbrida de Gigantes (1970)	√	$e^T A_H(U, V) = e^T A_C(U, V)$ o $e^T A_Y(U, V) = e^T A_C(U, V)$	Nunca	Nunca
Tecnología híbrida de ten Raa et al. (1984)	$A_{CB}(U, V)V^T e = A_C(U, V)V^T e$ o $U = V^T$	$e^T A_{CB}(U, V) = e^T A_C(U, V)$ o $e^T V^T = e^T U$	√	√

FUENTE: Elaboración propia

NOTA: Se especifica "Nunca" haciendo referencia a que en ningún caso existe una condición con sentido real y económico que permita garantizar el cumplimiento del axioma correspondiente.

En el caso del método de agregación o de suma global, el axioma de equilibrio material puede cumplirse cuando las producciones de cada sector coincidan con el total de las producciones del bien que en el sector respectivo se considere como característico. Esta restricción implica de alguna manera que tanto los sectores como los productos pueden clasificarse de la misma forma. Además, dado que es usual encontrar tablas input-output publicadas donde el número de sectores sea igual al número de productos, parece razonable asumir dicha hipótesis, en este caso, al objeto de mejorar el grado de cumplimiento del método de agregación o de suma total respecto del axioma de equilibrio material.

Existen otros tipos de restricciones teóricamente correctas pero que no tienen ningún sentido real o económico: valor añadido nulo, proporcionalidad constante de los rendimientos de escala para todos los productos, igualdad de todos los precios sea cual sea el producto contemplado y la ausencia de producciones secundarias o subproductos (a todos estos casos se le atribuye la categoría de "nunca" en la Tabla 3.2). El método de transferencia junto con el modelo de tecnología de sector resultan ser los que necesitan condiciones más restrictivas para conseguir mejorar el grado de cumplimiento de los axiomas propuestos por Kop Jansen y ten Raa (1990).

# Capítulo 4. Formalización y tratamiento del problema de los negativos

## 4.1. Introducción

El propósito de este capítulo consiste en formalizar matemáticamente el problema que subyace a la construcción de una matriz de coeficientes técnicos sobre la base de matrices de origen y destino y, además, en realizar una completa descripción de las distintas soluciones que se han dado en la literatura existente al problema de los negativos cuando se aplica la hipótesis de tecnología de producto. Se describirán las posibles causas que ocasionan valores negativos en los coeficientes técnicos y los distintos métodos para soslayarlos (Edmonston, 1952; Almon, 1970, 2000; Armstrong, 1975; Stahmer, 1982, 1985; Young, 1986; Rainer, 1989; Rainer y Richter, 1992; Konijn, 1991, 1994; Konijn y Steenge, 1995; Avonds y Gilot, 2002; Guo, Lawson y Planting, 2002). En particular, el procedimiento de Almon (1970) será más rigurosamente formalizado. Por último, propondremos una guía de actuación al respecto, a modo de conclusión.

El Sistema de Cuentas Nacionales de las Naciones Unidas (1968) diseñó dos nuevas tablas o matrices: la matriz de origen y la matriz de destino. Recuérdese que la matriz de origen recoge las producciones de los sectores de una economía en términos de productos y la matriz de destino, los distintos tipos de productos consumidos como inputs intermedios por los sectores. De acuerdo con Steenge (1990), este nuevo marco teórico de las Naciones Unidas vino a resolver ciertos problemas existentes respecto a la capacidad de incluir en el modelo las producciones secundarias. No obstante, otros nuevos surgieron, como por ejemplo, la construcción de una matriz de coeficientes técnicos a partir de dichas matrices de origen y destino<sup>5</sup>. Por tanto, ¿cómo se podría construir una matriz de coeficientes técnicos utilizando las matrices de origen y destino? En otras palabras, ¿cómo podríamos estimar la cantidad de bien  $i$  utilizada para la producción de una unidad del bien  $j$ ?

5. El cálculo sencillo de multiplicadores es otro problema mencionado por Steenge (1990) aunque este trabajo demostrará que es posible realizar estimaciones de multiplicadores de empleo y producción con la información suministrada sobre consumos intermedios y producciones (origen y destino) de los establecimientos pertenecientes a los distintos sectores de una economía.

## 4.2. Formalización

Dado que la información suministrada por las encuestas se refieren a establecimientos asociados a los distintos sectores de una economía y no a los productos elaborados, nuestro punto de partida será la cantidad del producto  $i$  consumida por el sector  $j$  para la producción tanto de sus bienes característicos como secundarios ( $u_{ij}$ ). Por un lado, debemos deducir de dicha cantidad los consumos del bien  $i$  utilizados por el sector  $j$  para elaborar sus producciones secundarias, las cuales no tienen porqué estar producidas con igual estructura de consumos intermedios que los productos correspondientes cuando son elaborados como producciones típicas. Por otro lado, debemos añadir los consumos intermedios del producto  $i$  utilizados por el resto de sectores para fabricar el bien  $j$ , como producción secundaria. Como resultado obtenemos la estructura media de consumos intermedios de una economía para la producción de un bien  $j$ ,  $a_{ij}$ . Matemáticamente, se puede expresar como:

$$u_{ij} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ijk} v_{jk} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ikj} v_{kj}$$

donde  $n$  es el número de productos y sectores,  $u_{ij}$  es la cantidad del bien  $i$  consumida por el sector  $j$ ,  $a_{ijk}$ , la cantidad del bien  $i$  utilizada por el sector  $j$  por cada unidad de producción secundaria del producto  $k$ ,  $a_{ikj}$ , la cantidad del bien  $i$  utilizada por el resto de sectores (p.ej., sector  $k$ ) por cada unidad de producción secundaria del producto  $j$  y  $v_{jk}$  (o  $v_{kj}$ ) la producción del sector  $j$  (o  $k$ ) en términos del bien  $k$  (o  $j$ ). Nótese que el primer subíndice de  $a_{ijk}$  se refiere a los consumos intermedios ( $i$ ), el segundo, a los sectores ( $j$ ) y el tercero, a las producciones secundarias ( $k$ ). Si tenemos en cuenta que por definición, el coeficiente técnico  $a_{ij}$  mide la cantidad del producto  $i$  utilizado por cada unidad de producción del bien  $j$ , producido éste a su vez por el sector  $j$  como producción principal, podremos escribir:

$$a_{ij} = \frac{u_{ij} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ijk} v_{jk} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n a_{ikj} v_{kj}}{\sum_{k=1}^n v_{kj}} \quad (4.1)$$



El verdadero problema radica en que para  $n^2$  ecuaciones (una por cada coeficiente técnico,  $a_{ij}$ ) tenemos un número de incógnitas mayor,  $n^3$  ( $a_{ijk}$ , para todo  $i, j, k = 1, 2, \dots, n$ ). Por tanto, para resolver el sistema de ecuaciones planteado por (4.1) necesitamos imponer algún tipo de restricción. En la literatura existente podemos encontrar dos tipos de hipótesis que son las que con mayor asiduidad se han utilizado, a saber, la hipótesis de tecnología de producto y la hipótesis de tecnología de sector<sup>6</sup>.

La **hipótesis de tecnología de producto** asume que todos los bienes tienen una única estructura de consumos intermedios independientemente de los sectores que lo produzcan. Esto implica que:

$$a_{ijk} = a_{ik} \quad \forall j = 1, 2, \dots, n.$$

Por tanto, (4.1) se transformaría en:

$$a_{ij} = \frac{u_{ij} - \sum_{k=1}^n a_{ik} v_{jk} + \sum_{k=1}^n a_{ij} v_{kj}}{\sum_{k=1}^n v_{kj}} \quad (4.2)$$

que en términos matriciales sería:

$$A = (U - A\tilde{V}^T + A(\widehat{V}^T e))(\widehat{V}^T e)^{-1} = (U - A\tilde{V}^T + A(\widehat{V}^T e))(\widehat{V} e + (\widehat{V}^T e - \widehat{V} e)^{-1}) \quad (4.3)$$

y operando convenientemente,

$$U - A\tilde{V}^T + A(\widehat{V}^T e) = A(\widehat{V}^T e) = A(\widehat{V} e + (\widehat{V}^T e - \widehat{V} e)) = A\widehat{V} e + A(\widehat{V}^T e - A\widehat{V} e),$$

que es lo mismo que:

$$U - A\tilde{V}^T = A\widehat{V} e - A(\widehat{V} e) = A(\widehat{V} e - \widehat{V} e) = A(\widehat{V} e - \widehat{V} e) = A(\widehat{V} e) = A\widehat{V}^T$$

y, a su vez,

$$U = A\tilde{V}^T + A\widehat{V}^T = A(\tilde{V}^T + \widehat{V}^T) = A\tilde{V}^T.$$

Por consiguiente,

$$A = UV^{-T}.$$

Nótese que los coeficientes técnicos resultantes pueden ser negativos cuando el consumo total del bien  $i$  para elaborar las producciones secundarias del sector  $j$ , de acuerdo con cada una de las tecnologías de los productos correspondientes, sea mayor que el consumo total del bien  $i$  por parte del sector  $j$  para elaborar tanto su producción principal como secundaria.

La **hipótesis de tecnología de sector** asume que cada sector tiene su propia estructura de consumos intermedios (característica del producto principal correspondiente) sean cuales sean los bienes que produzcan. Esto se expresa de la siguiente manera:

$$a_{ijk} = a_{ij} \quad \forall k = 1, 2, \dots, n.$$

Por ello, (4.1) se transformaría en:

$$a_{ij} = \frac{u_{ij} - \sum_{k=1}^n a_{ij} v_{jk} + \sum_{k=1}^n a_{ik} v_{kj}}{\sum_{k=1}^n v_{kj}},$$

que, en términos matriciales, es:

$$A = (U - A(\widehat{V} e) + A\tilde{V}) (\widehat{V}^T e)^{-1}, \quad (4.4)$$

y operando convenientemente,

$$U = A(\widehat{V}^T e) + A(\widehat{V} e) - A\tilde{V} = A(\widehat{V}^T e + \widehat{V} e - \tilde{V}),$$

que es igual a:

$$A = U(\widehat{V}^T e + \widehat{V} e - \tilde{V})^{-1} = U(\widehat{V}^T e + \widehat{V} e - V)^{-1},$$

dado que  $\tilde{V} e = V e - \widehat{V} e$  y  $\tilde{V} = V - \widehat{V}$

Bajo la hipótesis de tecnología de sector, en (4.4) no podrán aparecer resultados negativos para los coeficientes técnicos.

Básicamente, la hipótesis de tecnología de producto es considerada, generalmente, como superior al resto de métodos expuestos para la construcción de matrices de coeficientes técnicos (Kop Jansen y ten Raa, 1990; Steenge, 1990; Konijn, 1994; Rainer, 1989; Matthey y ten Raa, 1997; ten Raa y Rueda Cantuche, 2003a, 2003b). Sin embargo, no existe un acuerdo general en la literatura. Por ejemplo, Mesnard (2002) apunta que el modelo de tecnología de producto debiera ser rechazado ya que rompe las ligazones internas de los flujos de bienes y servicios de una economía. Esto es, no existe ninguna información disponible para determinar cuál es el sector que satisface una variación positiva en la demanda final de un producto determinado. Por el contrario, si asumimos la hipótesis de tecnología de sector, no sería éste el caso. Mesnard (2002) rechaza incluso el debate sobre los posibles orígenes de los elementos negativos en las matrices de coeficientes técnicos obtenidas bajo la hipótesis de la tecnología de producto, ya que considera que siempre podrán estar presentes. En opinión de este autor es preferible asumir que algunos de los axiomas propuestos por Kop Jansen y ten Raa (1990) no se tengan por qué cumplir.

### 4.3. ¿Por qué negativos?

La necesidad de matrices cuadradas de origen y destino así como, sobre todo, la posible negatividad de alguno de los coeficientes técnicos resultantes, son los principales inconvenientes del modelo de tecnología de producto. A lo largo de la literatura revisada al respecto, existen tres grupos de argumentos propuestos como causas últimas de la aparición de coeficientes técnicos negativos cuando se asume dicha hipótesis.

6. Véase ten Raa y Rueda Cantuche (2003a, 2003b) para una completa revisión.

En primer lugar, pueden existir, de hecho, productos que en verdad se produzcan con diferentes tecnologías, producciones conjuntas o procesos de producción verticalmente integrados que invalidan dicha hipótesis (Armstrong, 1975; ten Raa, Chakraborty y Small, 1984; ten Raa y van der Ploeg, 1989; Rainer y Richter, 1992; Konijn, 1994; Matthey y ten Raa, 1997).

En segundo lugar, la heterogeneidad en las clasificaciones utilizadas respecto del modo de producción de bienes que aparecen dentro de una misma categoría, pueden producir asimismo coeficientes técnicos negativos (ten Raa, Chakraborty y Small, 1984; Rainer, 1989; Konijn, 1991; Rainer y Richter, 1992; Konijn, 1994; Konijn y Steenge, 1995; Matthey y ten Raa, 1997; Avonds y Gilot, 2002).

Y, en tercer lugar, los errores de medida en los datos utilizados para la elaboración de las matrices de origen y destino pueden ser origen también de la aparición de coeficientes técnicos negativos cuando se aplica la hipótesis de tecnología de producto (Armstrong, 1975; ten Raa, 1988; ten Raa y van der Ploeg, 1989; Rainer, 1989; Steenge, 1990; Matthey, 1993; Konijn, 1994; Konijn y Steenge, 1995; Avonds y Gilot, 2002).

Por todo ello, las principales conclusiones aportadas por Kop Jansen y ten Raa (1990) y ten Raa y Rueda Cantuche (2003a, 2003b) nos llevan al siguiente dilema: el modelo de tecnología de producto es teóricamente el único método válido para construir matrices de coeficientes técnicos, pero al mismo tiempo, nos proporciona resultados con escaso sentido económico, a saber, coeficientes técnicos negativos. Desafortunadamente, no existe un acuerdo general sobre cuál es el método más apropiado para estimar matrices de coeficientes técnicos a partir de matrices de origen y destino. No obstante, a pesar de este desacuerdo general, el nuevo manual de compilación de tablas input-output de las Naciones Unidas (NU, 1993) se inclina a favor del uso de la tecnología de producto frente al resto de alternativas.

#### 4.4. Soluciones para coeficientes técnicos negativos

Desde Edmonston (1952, p. 569) varios procedimientos han sido desarrollados para tratar los coeficientes técnicos negativos resultantes de la aplicación del modelo de tecnología de producto.

##### 4.4.1. Procedimiento de Armstrong (Armstrong, 1975)

Armstrong (1975) aplica el modelo mixto de tecnología de producto y sector basado en Gigantes (1970)<sup>7</sup>. Aquellas producciones secundarias que arrojen coeficientes técnicos negativos se tratarán bajo la hipótesis de tecnología de sector. No obstante, puede ocurrir que en algunos casos esta solución no sea la más adecuada. Por ejemplo, en la misma obra de Armstrong (1975), las otras industrias alimenticias tienen como producciones secundarias las actividades de servicios de publicidad para la posterior distribución de sus productos. En

estas actividades las cantidades de consumos de edición e imprenta suelen ser elevadas, mientras que en las industrias alimentarias no figuran como parte relevante de su estructura de consumos intermedios. Así, la aplicación de la tecnología de sector implicaría en este caso la transferencia de una cantidad considerable de consumos agroalimentarios desde las otras industrias alimenticias hacia el sector de edición y artes gráficas, lo cual resultaría del todo inaceptable. Así pues, en estas situaciones donde la tecnología de sector no sirve como respuesta al problema de los negativos, Armstrong (1975) propone una mayor desagregación. A pesar de todo, en el trabajo de Armstrong para el Reino Unido todavía permanecían con signo negativo algunos coeficientes técnicos, aunque de menor relevancia. Estos fueron convertidos en ceros manualmente o transformados en valores ligeramente positivos, de tal manera que efectuando los ajustes convenientes se seguían garantizando las sumas totales por filas y columnas de ambas tablas.

##### 4.4.2. Procedimiento de Almon (Almon, 1970)

Almon (2000)<sup>8</sup> desarrolla un proceso iterativo que calcula matrices de coeficientes técnicos a partir de un algoritmo basado en la hipótesis de tecnología de producto. No obstante, la descripción que hace del procedimiento requiere una formalización más detallada y completa, que desarrollaremos a continuación con una notación más sencilla. Recuérdese que la formalización matemática de la hipótesis de tecnología de producto venía dada por la ecuación (4.2). Esto es,

$$a_{ij} = \frac{u_{ij} - \sum_{k=1, k \neq j}^n a_{ik} v_{jk} + \sum_{k=1, k \neq j}^n a_{ij} v_{kj}}{\sum_{k=1, k \neq j}^n v_{kj}}$$

Si denotamos  $n$  como el número de sectores y de productos, el algoritmo que resuelve Almon (2000) a través del proceso iterativo de Seidel, cuya convergencia está garantizada en el caso de que más de la mitad de la producción de un bien sea elaborado por el sector en el cual es característico, es el siguiente:

$$a_{ij}^{(h+1)} \sum_{k=1}^n v_{kj} = u_{ij} - \sum_{k=1, k \neq j}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk} + \sum_{k=1, k \neq j}^n a_{ij}^{(h)} v_{kj}. \quad (4.5)$$

Para facilitar la interpretación económica, Almon (2000) ejemplifica esta última ecuación para el caso de consumos intermedios de chocolate en la producción de queso. Así, “el primer término del lado derecho de la ecuación (4.5) nos informa de las adquisiciones de chocolate realizadas por los establecimientos del sector quesero. El segundo término nos conduce a eliminar las cantidades de chocolate necesarias para la producción de productos secundarios por parte de estos establecimientos, utilizando la última estimación de la tecnología de los productos secundarios correspondientes,  $a_{ik}^{(h)}$ . Finalmente, el último término añade las cantidades de chocolate utilizadas para producir queso como producción secundaria de otros sectores”. Sin embargo, Almon (2000) establece que la cantidad de chocolate añadida por este último término es exactamente igual a la cantidad de chocolate sustraída para otros sectores a cuenta de sus propias

7. Para una descripción completa del modelo, véase el capítulo dos.

8. Almon desarrolló este procedimiento por primera vez en Almon (1970)

producciones secundarias, algo que no es cierto. A menos que todos los productos sean considerados y no solo el queso, la suma de los dos últimos términos del lado derecho de (4.5) no deben ser necesariamente cero. Esto es, solo si sumamos en  $j$  ambos lados de (4.5), obtendremos la cantidad de inputs  $i$  utilizadas para la producción de todos los productos de una economía y no sólo del bien queso (producto  $j$ ). A saber,

$$\sum_{j=1}^n \left( a_{ij}^{(h+1)} \sum_{k=1}^n v_{kj} \right) = \sum_{j=1}^n u_{ij} - \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk} + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_{ij}^{(h)} v_{kj}, \quad (4.6)$$

donde sí es evidente que tanto el segundo como el tercer término del lado derecho de (4.6) son iguales pero con signos opuestos. Esto no quiere decir, por supuesto, que para cada producto  $j$ , ambos términos deban coincidir, como se deduce de la explicación de Almon. Asimismo, otros resultados serán expuestos a continuación.

### Proposición 1

Para una matriz de origen no singular y no negativa,  $V$ , una matriz  $A$  calculada a partir de  $U = AV^T$  arrojará elementos negativos cuando para un producto  $j$ , se cumpla que:

$$u_{ij} < \sum_{k=1}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk} \sum_{k=1}^n a_{ij}^{(h)} v_{kj}.$$

En pocas palabras, aparecerán coeficientes técnicos negativos cuando la diferencia entre la cantidad de chocolate necesaria para realizar la producción secundaria del sector de fabricación de quesos ( $j$ ) y la cantidad de chocolate utilizada por otros sectores para producir dicho bien, sea mayor que las compras totales de chocolate por los establecimientos productores de queso (tanto para su producción principal como secundaria).

### Demostración

La demostración se deduce fácilmente de la ecuación (4.5).

### Proposición 2

Para una matriz de origen no singular y no negativa,  $V$ , una matriz  $A$  calculada a partir de  $U = AV^T$  no arrojará elementos negativos cuando se cumpla que:

$$\sum_{k=1}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk} < \sum_{k=1}^n a_{ij}^{(h)} v_{kj}, \quad \forall j. \quad (4.7)$$

### Demostración

Según la Proposición 1, para obtener coeficientes técnicos no negativos siempre ocurrirá que:

$$u_{ij} > \sum_{k=1}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk} \sum_{k=1}^n a_{ij}^{(h)} v_{kj}, \quad (4.8)$$

y dado que  $u_{ij} \geq 0$ , entonces cuando (4.7) se cumpla, (4.8) siempre se verificará. Nótese que si (4.7) no se cumple nada se podrá decir sobre el signo de  $a_{ij}^{(h+1)}$ .

9. Nótese que cuando los factores de escala son iguales a la unidad, (4.9) se convierte en (4.5) y si sumamos en  $j$  ambos lados de dicha ecuación, el resultado obtenido es (4.11).

Tal como se ha venido desarrollando hasta ahora, el algoritmo descrito por Almon no garantiza la no negatividad de los coeficientes técnicos resultantes. En realidad, el procedimiento para eliminar los elementos negativos de la matriz  $A$  consistiría en un segundo paso que disminuyera el término negativo de (4.5) hasta conseguir un saldo total nulo. Este proceso se puede expresar a través de ecuaciones introduciendo en (4.5) factores de escala  $s_{ij}^{(h)}$ , definidos como:

$$s_{ij}^{(h)} = \begin{cases} \frac{u_{ij}}{\sum_{k=1}^n a_{ij}^{(h)} v_{kj}} & \text{if } u_{ij} < \sum_{k=1}^n a_{ij}^{(h)} v_{kj} \\ 1 & \text{if } u_{ij} \geq \sum_{k=1}^n a_{ij}^{(h)} v_{kj} \end{cases}$$

Entonces, la ecuación (4.5) se convertiría en:

$$a_{ij}^{(h+1)} \sum_{k=1}^n v_{kj} = u_{ij} \cdot s_{ij}^{(h)} \sum_{k=1}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk} + \sum_{k=1}^n s_{ik}^{(h)} a_{ij}^{(h)} v_{kj}. \quad (4.9)$$

Sin embargo, tal como se describe en Almon (2000), solo cuando el término negativo de (4.5) sea mayor que los consumos intermedios ( $u_{ij}$ ) será aplicable el procedimiento descrito, esto es, cuando:

$$u_{ij} < \sum_{k=1}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk},$$

pero no cuando:

$$u_{ij} < \sum_{k=1}^n a_{ij}^{(h)} v_{kj},$$

Por tanto, redefiniremos los factores de escala de la siguiente manera:

$$s_{ij}^{(h)} = \begin{cases} \frac{u_{ij}}{\sum_{k=1}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk}} & \text{if } u_{ij} < \sum_{k=1}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk} \\ 1 & \text{if } u_{ij} \geq \sum_{k=1}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk} \end{cases} \quad (4.10)$$

Nótese que, a pesar de ello, si sumamos en  $j$  ambos lados de la ecuación (4.9), es evidente que obtendremos el mismo resultado independientemente de cómo hayamos definido los factores de escala. Esto es,

$$\sum_{j=1}^n \left( a_{ij}^{(h+1)} \sum_{k=1}^n v_{kj} \right) = \sum_{j=1}^n u_{ij}. \quad (4.11)$$

En el caso de que supongamos (4.10) podremos garantizar además un significado económico para los dos últimos términos de (4.9). Si sustituimos (4.10) en (4.9)<sup>9</sup>, obtenemos:

$$a_{ij}^{(h+1)} \sum_{k=1}^n v_{kj} = u_{ij} \cdot \left( \frac{u_{ij}}{\sum_{k=1}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk}} \right) \sum_{k=1}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk} + \sum_{k=1}^n \left( \frac{u_{ik} a_{ij}^{(h)} v_{kj}}{\sum_{k=1}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk}} \right), \quad (4.12)$$

donde es evidente que se obtiene un saldo cero sumando los dos primeros términos del lado derecho de (4.12). El resultado quedaría como sigue:

$$a_{ij}^{(h+1)} \sum_{k=1}^n v_{kj} = \sum_{k=1}^n \left( \frac{u_{ik} a_{ij}^{(h)} v_{kj}}{\sum_{k=1}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk}} \right),$$

que se puede expresar como:

$$a_{ij}^{(h+1)} \sum_{k=1}^n v_{kj} = \sum_{k=1}^n \left( u_{ik} \frac{a_{ij}^{(h)} v_{kj}}{\sum_{p=1}^n a_{ip}^{(h)} v_{kp}} \right), \quad (4.13)$$

donde  $a_{ij} v_{kj}$  representará la cantidad total de consumos intermedios del producto  $i$  utilizados por el sector  $k$  para producir de forma secundaria el bien  $j$ , y la expresión:

$$\sum_{p=1}^n a_{ip} v_{kp},$$

la cantidad total de inputs del bien  $i$  utilizados para la elaboración de todas las producciones secundarias del sector  $k$ . De hecho, en (4.13) la cantidad total de consumos intermedios del producto  $i$  necesitados por el sector  $k$  ( $u_{ik}$ ) se multiplica por la proporción de inputs  $i$  utilizados para la producción secundaria del bien  $j$  por parte del sector  $k$  sobre el consumo total de dichos inputs para la elaboración de las producciones secundarias de dicho sector. Finalmente, si sumamos en  $j$  ambos lados de la ecuación (4.13) obtendremos:

$$\sum_{j=1}^n \left( a_{ij}^{(h+1)} \sum_{k=1}^n v_{kj} \right) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \left( u_{ik} \frac{a_{ij}^{(h)} v_{kj}}{\sum_{k=1}^n a_{ik}^{(h)} v_{jk}} \right) = \sum_{j=1}^n u_{ij} \left( \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij}^{(h)} v_{kj}}{\sum_{p=1}^n a_{ip}^{(h)} v_{kp}} \right)$$

En definitiva, con los factores de escala  $s$  elegidos apropiadamente, se puede garantizar que ningún coeficiente técnico resultante sea negativo. En realidad, se demuestra que este procedimiento converge pero no sabemos ciertamente a qué. Otros autores como ten Raa, Chakraborty y Small (1984) critican este tipo de manipulaciones aritméticas, arbitrarias y sin justificación, que además dependen de aspectos concernientes al esquema iterativo propuesto. A pesar de todo ello, Almon (2000) considera que este procedimiento cuenta con un sustento y una interpretación económica razonable, siendo utilizado durante más de treinta años ya en el modelo INFORUM (Almon, 1991, 2000).

Por último, el método propuesto por Almon puede utilizarse para eliminar aquellos coeficientes técnicos negativos de escasa relevancia debido a posibles inexactitudes en las matrices de origen y destino o a pequeñas diferencias en las tecnologías empleadas entre distintos sectores. Recientemente, Avonds y Gilot (2002) explican el procedimiento llevado a cabo para la elaboración de una tabla simétrica producto por producto para Bélgica usando el

método de Almon para soslayar aquellos coeficientes técnicos negativos que no pueden resolverse de forma manual.

#### 4.4.3. Procedimiento de Rainer (Rainer, 1989)

Rainer se centra en el hecho de que las necesidades de tratamiento de la información base son distintas dependiendo de si nuestros propósitos son analíticos (tablas input-output homogéneas y matrices de coeficientes técnicos) o la construcción de un sistema descriptivo de matrices de origen y destino tal como se especifica en el Sistema de Cuentas Nacionales de las Naciones Unidas. En Rainer (1989) y Rainer y Richter (1992) se muestra para la economía austríaca de 1976 que algunos (no todos) coeficientes técnicos negativos pueden ser eliminados efectuando ciertos ajustes sobre la información de base. En la mayoría de los casos, dichos ajustes consistieron en dar respuesta a las principales limitaciones expuestas en el apartado anterior; en otros, respondieron a especificidades propias de la economía austríaca. Por ejemplo, se abordaron casos de procesos de producción verticalmente integrados, algunas consideraciones sobre la heterogeneidad en las clasificaciones sobre productos y en las categorías de productos, etc. Los restantes coeficientes negativos se trataron asumiendo la tecnología de sector. En conclusión, los ajustes sobre la información de base pueden constituir en ocasiones la respuesta principal al problema de los negativos cuando se asume la tecnología de producto.

#### 4.4.4. Modelo de tecnología de actividad (Konijn, 1994)

El modelo de tecnología de actividad concebido por Konijn (1994) trata de establecer un nuevo método para el tratamiento de las producciones secundarias que sea consistente con los fundamentos del análisis input-output en términos del contexto axiomático propuesto por Kop Jansen y ten Raa (1990) y que, a su vez, no arroje coeficientes técnicos negativos. Es evidente, como se deduce de la caracterización axiomática de estos últimos autores que la hipótesis de tecnología de producto es la única que cumple todas las propiedades deseables. Sin embargo, Konijn (1994) redefine las matrices de origen y destino de tal forma que cuando la fórmula de la hipótesis de tecnología de producto se aplique a las mismas no se deba generar ningún coeficiente técnico negativo. En lugar de considerar el producto como unidad de análisis, Konijn asume que los sectores pueden producir bienes con distintos procesos de producción, pudiendo ser utilizados éstos, al mismo tiempo, por diferentes sectores. En particular, un mismo producto puede haber sido elaborado por distintos procesos productivos al mismo tiempo que un mismo proceso de producción puede generar también diferentes tipos de bienes (ej. subproductos). No obstante, la tabla input-output resultante de actividad por actividad no elimina del todo la posibilidad de obtener coeficientes técnicos negativos. En vista de ello, Konijn (1994) y Konijn y Steenge (1995) argumentan que dichos coeficientes negativos no son más que indicadores de la necesidad de realizar algún tipo de ajuste en términos de clasificación de sectores y productos o bien de llevar a cabo una investigación posterior sobre los posibles errores existentes en la información de base. A pesar de que la aplicación de este método exige una información más exhaustiva y detallada en la elaboración de sus matrices de origen y destino, el Instituto de Estadística de los Países Bajos adopta actualmente este método de eliminación de coeficientes técnicos negativos. En definitiva,

Konijn (1994) propone, en primer lugar, que el análisis debe centrarse en los procesos de producción más que en los productos, y en segundo lugar, que las clasificaciones de productos y sectores utilizadas en la elaboración de las matrices de origen y destino, deben servir más como instrumento que como factor exógeno.

#### 4.4.5. Procedimiento de Steenge (Steenge, 1990)

Como resultado del análisis sobre la naturaleza de los errores de medida en las matrices de origen y destino, Steenge (1990) diseña un procedimiento para localizar dichos errores, de tal modo que los cambios necesarios en los valores observados de dichas matrices para lograr matrices de coeficientes técnicos no negativos sean los mínimos posibles. Alternativamente a los métodos que estiman errores a priori (ten Raa, 1988 y ten Raa y van der Ploeg, 1989), donde son necesarios cambios importantes para conseguir la no negatividad de los coeficientes técnicos, Steenge propone un procedimiento sistemático de localización de posibles errores de medida, donde a posteriori, se realizarían los ajustes mínimos oportunos para lograr idéntico objetivo. Por otro lado, Steenge (1990) demuestra también que bajo ciertas condiciones particulares siempre existirá una matriz no negativa que relacione las matrices de origen y destino, aunque la consideración de esta matriz como tecnológica siempre tendrá que ser supervisada por expertos de cada uno de los sectores de la economía.

#### 4.4.6. Procedimiento de Stahmer (Stahmer, 1985)

Stahmer (1985) establece un procedimiento basado en la hipótesis de tecnología de producto, utilizando matrices de transformación para ciertas filas y columnas e información adicional. Sin embargo, de acuerdo con Konijn (1994), puede ocurrir con este procedimiento que varias estructuras diferentes de consumos intermedios estén integradas dentro de una misma categoría de producto, lo que desvirtúa la idea básica de tecnología de producto. El Instituto de Estadística de la antigua República Federal Alemana aplicó este procedimiento para sus tablas input-output de 1980.

#### 4.4.7 Procedimiento de los Estados Unidos (Young, 1986)

El procedimiento que lleva a cabo el Bureau of Economic Analysis de los Estados Unidos (Guo, Lawson y Planting, 2002) aplica la hipótesis de tecnología de producto a aquellos productos secundarios que no son susceptibles de serles aplicada la tecnología de sector. Todas las transferencias de consumos y producciones correspondientes se efectúan al mismo tiempo que se construyen las matrices de origen y destino. Debido a ello, los resultados de estas matrices que son publicados ya incluyen las modificaciones necesarias para garantizar la no existencia de coeficientes técnicos negativos. No obstante, existe alguna información adicional sobre las estructuras de consumos intermedios que también es utilizada y que, obviamente, hacen que no se aplique la hipótesis de tecnología de producto de una manera completamente automática.

## 4.5. Condiciones de no negatividad y matrices rectangulares

Todos los procedimientos descritos hasta ahora trabajan con matrices de origen y destino cuadradas con el objetivo de construir una matriz de coeficientes técnicos no negativa cuando se aplica la hipótesis de tecnología de producto. A continuación, desde un enfoque estrictamente matemático y teórico vamos a abordar brevemente las propuestas de Konijn (1994) y Steenge (1990) que dan respuesta a cuestiones tales como: (a) ¿bajo qué condiciones existe una matriz no negativa que esté relacionada con las matrices de origen y destino cuando la hipótesis de tecnología de producto es asumida?, y (b) ¿es posible calcular una matriz de coeficientes técnicos con matrices de origen y destino rectangulares cuando la hipótesis de tecnología de producto es asumida?

#### (a) Condiciones de no negatividad

Konijn (1994) y Steenge (1990)<sup>10</sup> responden de forma teórica a la cuestión de cómo poder encontrar una matriz de coeficientes técnicos no negativa bajo la hipótesis de tecnología de producto y utilizando matrices de origen y destino no necesariamente cuadradas. Esto es, una matriz  $A$  de coeficientes técnicos no negativa existe, cumpliéndose que  $A = UV^T$ , si y solo si para cualquier vector  $\Delta_s \geq 0$  con  $V^T \Delta_s > 0$ , se verifica que  $U \Delta_s \geq 0$  (teorema de Mangasarian). Si ahora interpretamos  $s$  como un vector de niveles de actividad, este teorema establece que si por cualquier cambio en la actividad de un sector, su producción se incrementa, entonces el consumo de ningún producto puede verse reducido. De otro modo, sería extraño encontrar una empresa que pueda producir más utilizando menos de algún tipo de consumo intermedio (Konijn, 1994). En el caso de que surjan elementos negativos solo podrán imputarse a errores de medida o a heterogeneidad en las clasificaciones de productos empleada. Finalmente, Steenge (1990) sostiene que las matrices de coeficientes técnicos resultantes solo representarán estructuras específicas de consumos intermedios por tipos de productos consistentes con el sistema de matrices de origen y destino disponible. Sería necesaria pues una mayor investigación por parte de expertos de cada sector antes de considerar las columnas de la matriz de coeficientes técnicos como verdaderas funciones de producción.

#### (b) Matrices de origen y destino rectangulares

Una vez que hemos mostrado que es posible calcular matrices de coeficientes técnicos no negativas cuando empleamos la hipótesis de tecnología de producto para matrices de origen y destino rectangulares, merece especial interés centrarse por un momento en el número de soluciones del sistema  $U = AV^T$ . En el caso de matrices de origen y destino cuadradas solo existiría una única solución (con elementos negativos si no se dan las condiciones del teorema de Mangasarian). En el caso de encontrarnos con un número de sectores mayor que el número de productos, solo podremos obtener una solución en determinados casos muy específicos dado que tenemos en el sistema más ecuaciones que incógnitas. Este será el caso que nos ocupe en el capítulo seis. Por último, si el número de productos es mayor que el número de sectores, entonces

10. Para una completa descripción de todos los teoremas y proposiciones, véase Steenge (1990, p. 380) y Konijn (1994, pp. 139-142).

existe un número infinito de posibles soluciones y la teoría de las matrices inversas generalizadas<sup>11</sup> se utilizaría para proporcionar una solución general a la ecuación matricial que representa la hipótesis de tecnología de producto. Sin embargo, en el contexto de esta teoría, no se puede garantizar la existencia de una solución única, dependiendo las soluciones posibles de una matriz que de alguna manera puede considerarse arbitraria.

#### 4.6. Conclusiones

El objetivo de este capítulo ha sido el de ilustrar las diferentes problemáticas y soluciones dadas a las limitaciones inherentes a la hipótesis de tecnología de producto cuando el objetivo principal es construir una matriz de coeficientes técnicos. Básicamente, debemos señalar dos aspectos importantes. En primer lugar, utilizando información a nivel de establecimientos sobre consumos y producciones, parece que la hipótesis de

tecnología de producto es una hipótesis útil de trabajo, según el contraste propuesto por Matthey y ten Raa (1997). En segundo lugar, tal como muestra Steenge (1990) y Konijn (1994), es teóricamente posible encontrar una matriz de coeficientes técnicos no negativos que sea consistente con el sistema de matrices de origen y destino disponible. Además, el modelo de tecnología de producto es a su vez teóricamente superior a otros métodos de tratamiento de producciones secundarias, tal como demuestran Kop Jansen y ten Raa (1990). Por todo ello, parece que el procedimiento más común y deseable para construir matrices de coeficientes técnicos consistiría en utilizar métodos de localización de errores de medida o los elementos negativos resultantes como indicadores de errores de medida y/o problemas de agregación para, a continuación, resolverlos de tal modo que la hipótesis de tecnología de producto no arroje coeficientes técnicos menores que cero. También es deseable reducir al mínimo la utilización del modelo de tecnología de sector.

---

11. Para una completa descripción de la teoría de matrices inversas generalizadas respecto de la hipótesis de tecnología de producto, véase Konijn (1994, pp. 182-184).



# Capítulo 5. Producciones secundarias en la economía andaluza (1995)

## 5.1. Introducción

Los coeficientes técnicos negativos obtenidos como consecuencia de la aplicación de la hipótesis de tecnología de producto pueden ser empleados para la detección de productos elaborados con tecnologías diferentes según el sector donde se produzcan, heterogeneidades en las clasificaciones de los productos utilizadas o posibles errores de medida en las matrices de origen y destino.

El propósito de este capítulo consiste en identificar aquellos sectores de la economía andaluza para los que sus producciones secundarias no obedecen a la tecnología del producto correspondiente. En consecuencia, una investigación más detallada sobre las estructuras de consumos intermedios de los distintos sectores de la economía andaluza favorecerá la detección y corrección de errores derivados tanto de los procesos de cuadro en las matrices de origen y destino como de las distintas clasificaciones de productos empleadas y problemas de agregación consecuentes o la identificación de productos que realmente son elaborados según una tecnología de sector. Este análisis pretende ser una herramienta útil para aquellos técnicos encargados de la elaboración de tablas input-output y, en particular, de las andaluzas.

El siguiente apartado describe la matriz de coeficientes técnicos resultante de aplicar la hipótesis de tecnología de producto utilizando las matrices de origen y destino publicadas por el IEA (IEA, 1999)<sup>12</sup>. En el apartado 5.3 se estudian aquellos coeficientes negativos más relevantes con el objetivo de arrojar luz sobre las relaciones económicas que subyacen a ellos y sus últimas causas. El apartado 5.4 concluye este capítulo.

## 5.2. Coeficientes técnicos negativos en la economía andaluza

La Tabla A.4 del Apéndice nos muestra la matriz de composición de las producciones de los sectores de la economía andaluza en el año 1995, por tipos de productos. A dicha matriz se le denominará  $C$ , tal que:

$$C = V^T (\hat{V}_e)^{-1}$$

La Tabla A.5 (véase Apéndice) presenta una descripción resumida de aquellos sectores donde las producciones secundarias tienen una mayor relevancia en términos de producción a precios básicos. Merece destacarse que los servicios de publicidad forman parte de la producción secundaria de los cuatro sectores cuyas producciones secundarias son más relevantes. Casi el 44% y el 43% de las producciones totales de las actividades de servicios de cine, video, radio y televisión y de otros servicios a empresas, respectivamente, se corresponden con actividades secundarias. Asimismo, el sector pesquero tiene como actividad secundaria de relevancia a la industria conservera de pescado y vegetales<sup>13</sup>.

Finalmente, casi el 23% de la producción total del sector hostelero consiste en servicios de cafeterías, bares y restaurantes. Por el contrario, la industria del tabaco y del reciclaje, junto con los sectores del transporte marítimo y fluvial, la intermediación financiera, los seguros y planes de pensiones, los servicios sociales públicos, las actividades sanitarias y veterinarias públicas y los hogares que emplean personal doméstico, no cuentan con producción secundaria alguna.

Para entender de forma completa el análisis de las producciones secundarias para la economía andaluza también es interesante estudiar la composición sectorial de las producciones de bienes y servicios de una economía. Para ello, definiremos una matriz  $D$  (véase Tabla A.6 del Apéndice) que recoja las proporciones que cada sector representa sobre el total de la producción de cada producto en toda la economía. Es decir, ¿en qué medida participan las producciones

12. La Tabla A.1 del Apéndice nos muestra la matriz de coeficientes técnicos publicada por el IEA para la economía andaluza del año 1995.

13. Nótese cómo la agregación de las conservas de pescado junto con las vegetales puede ser la causa de la aparición de coeficientes técnicos negativos (Rainer y Richter, 1992).



secundarias en el total de la producción de un producto? Matemáticamente tendría la siguiente expresión:

$$D = V(\widehat{V}^T e)^{-1}$$

Como resumen, en la Tabla A.7 del Apéndice se presenta en orden descendente los diferentes tipos de productos de la economía andaluza en función del carácter más o menos secundario de sus producciones. Merece destacarse que solo el 18,09% del total de los servicios de publicidad producidos en toda la economía son llevados a cabo por su rama de actividad característica. Las producciones secundarias también juega un papel relevante en otros servicios a las empresas (41,45%), servicios de informática (40,3%) y servicios de saneamiento público (36,41%). Por el contrario, productos como el tabaco, los servicios de la administración pública, defensa y seguridad social obligatoria, materiales para el reciclaje, servicios de intermediación financiera, servicios de seguros y planes de

pensiones, entre otros, solo son producidos como productos principales del sector correspondiente.

Asimismo, la Tabla A.3 del Apéndice nos muestra la matriz de estructuras de consumos intermedios de cada sector por tipos de productos. A dicha matriz se le notará como B, tal que:

$$B = U(\widehat{V}e)^{-1}$$

y nos será de utilidad para el siguiente apartado.

La Tabla A.2 del Apéndice nos muestra la matriz de coeficientes técnicos resultante de aplicar la hipótesis de tecnología de producto a las matrices de origen y destino publicadas por el IEA. En la Tabla 5.1 se presenta un resumen de la distribución de frecuencias de los elementos negativos resultantes. Casi el 23% de todos los coeficientes son negativos. Sin embargo, solo un 1,2% es menor que -0,0005.

Esto significa que la mayoría de los negativos obtenidos tienen escasa relevancia. Más del 85% son mayores que  $-5 \times 10^{-10}$  y menores que -0.0005.

**Tabla 5.1. Distribución de frecuencias de coeficientes negativos**

Intervalos	Frecuencias	Frecuencias relativas	Frecuencias acumuladas ascendentes	Frecuencias acumuladas descendentes
De $-5 \times 10^{-16}$ a 0	0	0,0000	0	1.691
De $-5 \times 10^{-16}$ a $-5 \times 10^{-15}$	1	0,0006	1	1.690
De $-5 \times 10^{-15}$ a $-5 \times 10^{-14}$	5	0,0030	6	1.685
De $-5 \times 10^{-14}$ a $-5 \times 10^{-13}$	6	0,0035	12	1.679
De $-5 \times 10^{-13}$ a $-5 \times 10^{-12}$	13	0,0077	25	1.666
De $-5 \times 10^{-12}$ a $-5 \times 10^{-11}$	48	0,0284	73	1.618
De $-5 \times 10^{-11}$ a $-5 \times 10^{-10}$	88	0,0520	161	1.530
De $-5 \times 10^{-10}$ a $-5 \times 10^{-9}$	126	0,0745	287	1.404
De $-5 \times 10^{-9}$ a $-5 \times 10^{-8}$	176	0,1041	463	1.228
De $-5 \times 10^{-8}$ a $-5 \times 10^{-7}$	267	0,1579	730	961
De $-5 \times 10^{-7}$ a $-5 \times 10^{-6}$	344	0,2034	1.074	617
De $-5 \times 10^{-6}$ a $-5 \times 10^{-5}$	319	0,1886	1.393	298
De $-5 \times 10^{-5}$ a $-5 \times 10^{-4}$	209	0,1236	1.602	89
De $-5 \times 10^{-4}$ a $-5 \times 10^{-3}$	71	0,0420	1.673	18
De $-5 \times 10^{-3}$ a $-5 \times 10^{-2}$	14	0,0083	1.687	4
De $-5 \times 10^{-2}$ a $-5 \times 10^{-1}$	4	0,0024	1.691	0
<b>Número total de celdas negativas</b>	<b>1.691</b>	<b>1,0000</b>		
<b>Número total de celdas</b>	<b>7.396</b>			

FUENTE: Elaboración propia

En consecuencia, nuestro análisis se centrará en los 89 valores negativos más altos, esto es, en aquellos coeficientes mayores que -0.0005 y menores que -0.5. Es interesante destacar por último que casi todos aquellos sectores en los que

los productos secundarios constituyen una parte importante de sus producciones, tienen un número de coeficientes negativos también mayor. En consonancia, la Tabla 5.2 muestra el número de elementos negativos obtenidos por cada sector.

**Tabla 5.2 Coeficientes técnicos negativos en la economía andaluza**

10	Extracción de minerales metálicos	15
6	Pesca	12
76	Otros servicios a las empresas	9
61	Transporte aéreo	7
52	Comercio de vehículos y carburantes	4
86	Producciones de cine, video, radio y televisión	4
14	Fabricación de grasas y aceites	3
26	Edición y artes gráficas	3
49	Captación, depuración y distribución de agua	3
69	Actividades informáticas	3
79	Educación privada	3
12	Industria cárnica	2
29	Fabricación de otros productos químicos	2
56	Hoteles, pensiones y otros tipos de hospedaje	2
75	Actividades industriales de limpieza	2
85	Actividades asociativas	2
87	Otras actividades recreativas, culturales y deportivas	2
3	Otros cultivos y servicios agrarios	1
7	Extracción de carbones	1
11	Extracción de minerales no metálicos ni energéticos	1
27	Refino de petróleo	1
33	Industrias del vidrio y de la piedra	1
41	Fabricación de vehículos de motor, remolques y semirremolq.	1
42	Construcción y reparación naval	1
47	Producción y distribución de energía eléctrica	1
68	Alquiler de maquinaria, equipos y otros efectos	1
71	Actividades jurídicas, de contabilidad, etc.	1
73	Publicidad	1

FUENTE: Elaboración propia

### 5.3. Relaciones económicas subyacentes

Las Tablas A.3 y A.4 del Apéndice nos ofrecen las respectivas matrices  $B$  y  $C$  calculadas a partir del Marco Input-Output de Andalucía para 1995. Nótese que la hipótesis de tecnología de producto puede expresarse también tal que  $A = BC^{-1} = UV^{-1}$ .

Tal como vimos en el apartado anterior, vamos a considerar como relevantes un total de 89 coeficientes técnicos negativos. El coeficiente más negativo que obtenemos es el elemento  $a_{73,86} = -0,1716$  (véase Tabla A.2 del Apéndice). Si prestamos atención a la Tabla A.4 podremos comprobar que las producciones secundarias de servicios de publicidad (producto 73) por parte del sector de producciones de cine, video, radio y televisión (sector 86) son de un 43,49% ( $c_{73,86}$ ), cantidad muy elevada comparada con el porcentaje

dedicado a la actividad principal. Entonces, dado que el sector de publicidad (sector 73) tiene un nivel de autoconsumo muy elevado ( $b_{73,73} = 23,8\%$ ), el coeficiente técnico negativo surge desde el momento en que el consumo de servicios de publicidad por parte del sector de cine, video, radio y televisión es solo del 1,07% ( $b_{73,86}$ ). Esto es, mientras el sector de publicidad utiliza sus propios servicios en un 23,8%, dichos servicios son consumidos por el sector de cine, video, radio y televisión en poco más de un 1%.

En lo que sigue, seguiremos este procedimiento de forma sistemática para describir las relaciones económicas subyacentes a los coeficientes técnicos negativos resultantes de aplicar la hipótesis de tecnología de producto a las matrices de origen y destino de la economía andaluza publicadas por el IEA (IEA, 1999).

**Tabla 5.3. Extracción de minerales metálicos**

Consumos intermedios		Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Productos de la química básica	Productos de la química básica	-0,0400
2	Prepar. y acab. de edificios y obras	Prepar. y acab. de edificios y obras	-0,0122
3	Gas manufacturado y distribución: hielo	Productos de la química básica	-0,0077
4	Productos metálicos (exc. maq. y equipos)	Prepar. y acab. de edificios y obras	-0,0035
5	Minerales no metálicos ni energéticos	Productos de la química básica	-0,0030
6	Construcción y obras de ingeniería civil	Prepar. y acab. de edificios y obras	-0,0027
7	Maquinaria y material eléctrico	Prepar. y acab. de edificios y obras	-0,0025
8	Servicios inmobiliarios	Prepar. y acab. de edificios y obras	-0,0025
9	Cemento, cal, yeso y sus derivados	Prepar. y acab. de edificios y obras	-0,0015
10	Productos cerámicos, azulejos, ladrillos, ...	Prepar. y acab. de edificios y obras	-0,0013
11	Servicios de correos y telecomunicac.	Otros servicios a las empresas	-0,0007
12	Productos de metalurgia	Prepar. y acab. de edificios y obras	-0,0007
13	Madera, corcho y sus productos	Prepar. y acab. de edificios y obras	-0,0007
14	Productos del vidrio y de la piedra	Prepar. y acab. de edificios y obras	-0,0006
15	Servicios de saneamiento público	Productos de la química básica	-0,0005

FUENTE: Elaboración propia

Las industrias extractivas de minerales metálicos son las que cuentan con un mayor número de coeficientes técnicos negativos. Como podemos apreciar en la Tabla A.4 del Apéndice, los trabajos de preparación y acabado de edificios y obras constituyen el 12,95% ( $c_{51,10}$ ) del total de su producción. Así, si consumos intermedios tales como los productos metálicos (excepto maquinaria y equipo) son menos usados ( $b_{35,10} = 0,00436\%$ ) por dichas industrias extractivas, en comparación con el sector de actividades de preparación, instalación y acabado de edificios y obras ( $b_{35,51} = 1,9\%$ ), obtendremos consecuentemente un coeficiente técnico

negativo cuando apliquemos la hipótesis de tecnología de producto. Lo mismo podremos decir sobre otros consumos intermedios tales como los trabajos de construcción y obras de ingeniería civil; los trabajos de preparación y acabado de edificios y obras; la maquinaria y material eléctrico; los servicios inmobiliarios; cemento, cal, yeso y sus derivados; productos cerámicos, azulejos, ladrillos y otros materiales para la construcción; productos de la metalurgia; madera, corcho y sus productos (excepto muebles) y productos del vidrio y de la piedra.

Los productos de la química básica (incluso agroquímicos) también constituyen una producción secundaria relevante de las industrias extractivas de minerales metálicos ( $c_{28,10} = 12,8\%$ ). En este caso, podrán aparecer coeficientes técnicos negativos dado que el sector de química básica tiene un elevado nivel de autoconsumo ( $b_{28,28} = 21,63\%$ ), no utilizando productos de la química básica alguno la industria extractiva de minerales metálicos para realizar su producción secundaria ( $b_{28,10} = 0\%$ ). Análogamente, podríamos efectuar idéntico análisis para el caso del gas manufacturado y servicios de distribución e hielo, minerales no metálicos ni energéticos y servicios de saneamiento público.

Como podemos apreciar en la Tabla 5.4 el sector pesquero es un buen ejemplo de heterogeneidad en la clasificación de productos empleada. Claramente, las estructuras de consumos intermedios de las conservas de pescado no tiene porqué coincidir con las de conservas de frutas y hortalizas. Por ello, en esta ocasión se podría evitar la aparición de elementos negativos en la matriz de coeficientes técnicos simplemente considerando como distintas categorías las conservas de pescado de las de frutas y hortalizas. De hecho, son consumos característicos de este último tipo de conservas, los productos de la viña y del olivar, las hortalizas y frutas, los productos del vidrio y otros productos de la agricultura y servicios agrarios.

**Tabla 5.4. Pesca**

Consumos intermedios		Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Productos de la viña y del olivar	Conservas de pescado y vegetales	-0,1089
2	Hortalizas y frutas	Conservas de pescado y vegetales	-0,0172
3	Conservas de pescado y vegetales	Conservas de pescado y vegetales	-0,0154
4	Productos del vidrio y de la piedra	Conservas de pescado y vegetales	-0,0047
5	Grasas y aceites	Conservas de pescado y vegetales	-0,0039
6	Productos metálicos (exc. maq. y equipos)	Conservas de pescado y vegetales	-0,0027
7	Servicios de publicidad	Conservas de pescado y vegetales	-0,0020
8	Otros productos de la agricultura y serv. agrar.	Conservas de pescado y vegetales	-0,0016
9	Otros tipos de transporte terrestre y por tubería	Conservas de pescado y vegetales	-0,0014
10	Productos de caucho y productos plásticos	Conservas de pescado y vegetales	-0,0009
11	Papel y productos de papel	Conservas de pescado y vegetales	-0,0008
12	Minerales no metálicos ni energéticos	Conservas de pescado y vegetales	-0,0006

FUENTE: Elaboración propia

Como ejemplo, el sector pesquero no consume ningún tipo de producto de la viña y del olivar para realizar conservas de pescado y de hortalizas y frutas ( $b_{2,6} = 0\%$ ). Sin embargo, la industria conservera de este tipo de productos sí que consume grandes cantidades de productos de la viña y del olivar ( $b_{2,13} = 34,11\%$ ). Por ello, en la medida en que la producción secundaria conservera del sector pesquero es importante ( $c_{13,6} = 23,91\%$ ) un coeficiente técnico negativo aparecerá. El problema de la heterogeneidad en las clasificaciones de productos empleada también está presente en los sectores de

servicios. Los otros servicios a las empresas son los productos que tienen una segunda mayor parte de su producción como secundaria de toda la economía andaluza, a saber, servicios jurídicos, de contabilidad, etc. (20,07%), servicios de correos y telecomunicaciones (8,19%), servicios de informática (7,98%), servicios de investigación y seguridad (4,79%), servicios de publicidad (1,5%), etc.

**Tabla 5.5. Otros servicios a las empresas**

	Consumos intermedios	Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Servicios de publicidad	Servicios jurídicos, de contabilidad, etc.	-0,0047
2	Servicios de limpieza industrial	Servicios jurídicos, de contabilidad, etc.	-0,0039
3	Servicios de investigación y seguridad	Servicios jurídicos, de contabilidad, etc.	-0,0022
4	Servicios de investigación y seguridad	Servicios de investigación y seguridad	-0,0022
5	Servicios de informática	Servicios de informática	-0,0019
6	Servicios de cine, video, radio y televisión	Servicios de publicidad	-0,0019
7	Serv. de alquiler de maq., equip. y otros efect.	Servicios de informática	-0,0016
8	Prod. de la edición, impresos y mat. grabado	Servicios de publicidad	-0,0014
9	Servicios anexos a los transportes	Servicios de correos y telecomunicac.	-0,0011
10	Otros artículos manufacturados	Servicios de informática	-0,0005

FUENTE: Elaboración propia

La Tabla 5.5 muestra la gran variedad de servicios que conforman las producciones secundarias del sector de otros servicios a las empresas. Sería recomendable entonces que las

clasificaciones de productos empleadas pudieran estar más desagregadas en función de los diferentes servicios homogéneos (en términos de producción) que ofrece el sector.

**Tabla 5.6. Transporte aéreo**

	Consumos intermedios	Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Servicios anexos a los transportes	Servicios anexos a los transportes	-0,0210
2	Otros tipos de transporte terrestre y por tubería	Servicios anexos a los transportes	-0,0080
3	Energía eléctrica	Servicios anexos a los transportes	-0,0032
4	Servicios de informática	Servicios anexos a los transportes	-0,0025
5	Prepar. y acab. de edificios y obras	Servicios anexos a los transportes	-0,0014
6	Vehículos de motor, remolques y semirremolq.	Servicios anexos a los transportes	-0,0007
7	Servicios de reparación de vehículos de motor	Servicios anexos a los transportes	-0,0006

FUENTE: Elaboración propia

Por ejemplo, los consumos intermedios de servicios de publicidad solo representan un 0,51% de la producción total del sector de otros servicios a las empresas ( $b_{73,76}$ ), mientras

que dichos servicios son utilizados por los servicios jurídicos, de contabilidad, etc. (la producción secundaria más importante de otros servicios a las empresas) en un 1,49% ( $b_{73,71}$ ).

La Tabla 5.6 presenta los resultados para los servicios de transporte aéreo, cuya relevancia en la economía andaluza es relativamente escasa. Casi el 20% del total de la producción de este sector se refiere a los servicios anexos a los transportes ( $c_{62,61} = 19,83\%$ ). Por ejemplo, los servicios anexos a los transportes se caracterizan por tener un elevado nivel de autoconsumo ( $b_{62,62} = 20,18\%$ ), pero en cambio, los consumos de estos servicios por parte del sector de transporte aéreo son solo del 2,5% ( $b_{62,61}$ ).

La Tabla 5.7 nos muestra el caso de los servicios de comercio de vehículos y carburantes. Otros tipos de transporte terrestre y por tubería ( $c_{53,52} = 6,3\%$ ) y los servicios de reparación de vehículos de motor ( $c_{59,52} = 5,37\%$ ) son los principales servicios secundarios en este sector. En realidad, parece evidente el hecho de que los productos del vidrio (lunas, espejos, etc.) y los productos de caucho y plástico (neumáticos, piezas de recambio, etc.) sean de uso común en los talleres de reparación de vehículos pero no en aquellos establecimientos que solo comercian con ellos.

**Tabla 5.7. Comercio de vehículos y carburantes**

Consumos intermedios		Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Productos del refino de petróleo	Otros tipos de transporte terrestre y por tubería	-0,0054
2	Productos del vidrio y de la piedra	Servicios de reparación de vehículos de motor	-0,0014
3	Productos de caucho y productos plásticos	Servicios de reparación de vehículos de motor	-0,0014
4	Productos de caucho y productos plásticos	Otros tipos de transporte terrestre y por tubería	-0,0014
5	Comercio al por menor y rep. efectos personales y domésticos	Otros tipos de transporte terrestre y por tubería	-0,0006

FUENTE: Elaboración propia

Por ejemplo, mientras que ningún producto del vidrio es consumido para la reparación de vehículos de motor por parte del sector de comercio de vehículos y carburantes ( $b_{33,52} = 0\%$ ), 1,71% del total de la producción del sector de reparación de vehículos de motor lo dedica a la adquisición de productos del vidrio tales como lunas, espejos, etc. ( $b_{33,53}$ ).

El sector de producciones de cine, video, radio y televisión es el que cuenta con una mayor participación de sus producciones secundarias respecto del total (43,97%). Además, los servicios de publicidad constituyen un 43,49% (casi el 99% de dichas producciones secundarias). En la Tabla 5.8 se puede apreciar que el coeficiente técnico negativo mayor de toda la economía andaluza se corresponde con el hecho de que las programaciones radiofónicas y televisivas suelen estar basadas principalmente en la facturación de sus servicios publicitarios y no tanto en las producciones propias del sector. Otro ejemplo puede ser el que relaciona las producciones de la edición, impresos y material grabado con los servicios de publicidad. El sector de publicidad utiliza las

producciones de la edición, impresos y material grabado en un 3,86% ( $b_{26,73}$ ) pero sin embargo, estos productos solo constituyen un 0,26% del total de las producciones de cine, video, radio y televisión ( $b_{26,86}$ ).

Para encontrar una solución razonable a esta situación no parece aconsejable considerar los ingresos por servicios publicitarios como parte de la actividad principal del sector de producciones de cine, video, radio y televisión, ya que de hecho no lo son. Asimismo, tampoco parece aconsejable que las producciones de cine, video, radio y televisión formen parte de la actividad principal de los servicios publicitarios. En este sentido, nos encontramos ante productos llamados subsidiarios que requieren una mayor información estadística. La solución podría radicar en considerar dos tipos de servicios de publicidad diferentes: aquellos vinculados a los medios tales como el cine, video, radio y televisión y el resto de servicios. La dificultad añadida es que a partir de ahora el número de productos ya no sería igual al número de sectores.

**Tabla 5.8. Producciones de cine, video, radio y televisión**

Consumos intermedios		Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Servicios de publicidad	Servicios de publicidad	-0,1716
2	Prod. de la edición, impresos y mat. grabado	Servicios de publicidad	-0,0263
3	Servicios de intermediación financiera	Servicios de publicidad	-0,0068
4	Servicios de reparación de vehículos de motor	Servicios de publicidad	-0,0009

FUENTE: Elaboración propia

Los otros productos alimenticios elaborados por el sector de fabricación de grasas y aceites es otro ejemplo de heterogeneidad en la clasificación de productos empleada. Dado que dentro del grupo de otros productos alimenticios se incluyen una gran variedad de productos con diferentes tecnologías incorporadas, no es sorprendente que otros sectores como el de la fabricación de grasas y aceites sea capaz de producir determinados productos que no se correspondan con la estructura de consumos intermedios

media de los otros productos alimenticios. La Tabla 5.9 nos muestra los coeficientes negativos resultantes. Por ejemplo, el 1,3% de la producción total del sector de fabricación de grasas y aceites se refiere a la producción de otros productos alimenticios ( $c_{17,14}$ ) y mientras que dicho sector no consume ningún tipo de hortalizas o frutas ( $b_{1,14} = 0\%$ ), las industrias de otros productos alimenticios de hecho las utilizan en un 2,61% ( $b_{1,17}$ ).

**Tabla 5.9. Fabricación de grasas y aceites**

Consumos intermedios		Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Hortalizas y frutas	Otros productos alimenticios	-0,0009
2	Harinas, pan, galletas y pasteles	Otros productos alimenticios	-0,0008
3	Productos de la ganadería y de la caza	Otros productos alimenticios	-0,0007

FUENTE: Elaboración propia

La Tabla 5.10 muestra los resultados para el sector de edición y artes gráficas. De nuevo, aquí podemos considerar que los servicios de publicidad son servicios subsidiarios, en este caso, de las actividades de edición y artes gráficas. La producción secundaria de servicios de publicidad por parte de este sector es de casi el 25% ( $c_{73,26} = 24,38\%$ ). Así, por ejemplo, la elevada cantidad de autoconsumo del sector de

publicidad ( $b_{73,73} = 23,8\%$ ) provoca la aparición de coeficientes técnicos negativos ya que los servicios que proporciona este sector solo son utilizados por el sector de edición y artes gráficas en un 0,23% ( $b_{73,26}$ ). Asimismo, los productos de la silvicultura y servicios relacionados constituyen también un consumo relevante en la industria del papel y productos del papel ( $b_{5,25} = 5,86\%$ ).

**Tabla 5.10. Edición y artes gráficas**

	Consumos intermedios	Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Servicios de publicidad	Servicios de publicidad	-0,0803
2	Servicios de cine, vídeo, radio y televisión	Servicios de publicidad	-0,0247
3	Productos de la silvicultura y servicios relac.	Papel y productos de papel	-0,0017

FUENTE: Elaboración propia

Los trabajos de construcción y obras de ingeniería civil son la principal actividad secundaria del sector de captación, depuración y distribución de agua ( $c_{50,49} = 2,1\%$ ). Merece destacarse que dicho sector, según los datos publicados, es capaz de construir sin productos tales como cemento, cal, yeso y sus derivados ( $b_{31,49} = 0\%$ ) y con muy poco uso de los

trabajos de construcción y obras de ingeniería civil ( $b_{31,49} = 0,03\%$ ). Por el contrario, el sector de la construcción de edificios y obras de ingeniería civil tiene elevadas cantidades de consumos intermedios de dichos productos para llevar a cabo su producción, 7,49% ( $b_{31,50}$ ) y 11,79% ( $b_{50,50}$ ), respectivamente.

**Tabla 5.11. Captación, depuración y distribución de agua**

	Consumos intermedios	Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Construcción y obras de ingeniería civil	Construcción y obras de ingeniería civil	-0,0025
2	Cemento, cal, yeso y sus derivados	Construcción y obras de ingeniería civil	-0,0018
3	Servicios de saneamiento público	Servicios de saneamiento público	-0,0016

FUENTE: Elaboración propia

Las actividades informáticas tienen un 12,77% de producciones secundarias. Los servicios de comercio al por menor y de reparación de efectos personales y domésticos representan un 8,73% (casi el 70% de dichas producciones secundarias). Por ello, consecuentemente aparecerán

elementos negativos en la matriz de coeficientes técnicos ya que los otros tipos de transporte terrestre (y por tubería) son servicios intermedios relevantes para el comercio minorista ( $b_{59,55} = 5,21\%$ ) y en el sector de actividades informáticas solo representan el 0,26%.



**Tabla 5.12. Actividades informáticas**

	Consumos intermedios	Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Otros tipos de transporte terrestre y por tubería	Comercio al por menor y rep. efectos personales y domésticos	-0,0024
2	Servicios inmobiliarios	Comercio al por menor y rep. efectos personales y domésticos	-0,0017
3	Servicios inmobiliarios	Servicios inmobiliarios	-0,0017
4	Construcción y obras de ingeniería civil	Servicios inmobiliarios	-0,0008

FUENTE: Elaboración propia

La Tabla 5.13 nos muestra cómo el sector educativo privado es capaz de producir, según los datos publicados, servicios de cafetería, bares y restaurantes con escaso consumo de cerveza y bebidas no alcohólicas ( $b_{19,79} = 0,012\%$ ). Por el contrario, el sector de restaurantes y otros establecimientos para comer y beber utiliza dichos productos

en un 5,9% ( $b_{19,57}$ ). La heterogeneidad en los servicios incluidos en los otros servicios a las empresas provoca a su vez que los centros de educación privada no hagan uso alguno de los otros servicios recreativos, culturales y deportivos, representando éstos a su vez un 1,26% del total de la producción del sector de otros servicios a las empresas ( $b_{87,76}$ ).

**Tabla 5.13. Educación privada**

	Consumos intermedios	Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Otros servicios recreativos, culturales y deportivos	Otros servicios a las empresas	-0,0013
2	Cerveza y bebidas no alcohólicas	Servicios de cafetería, bares y restaurantes, ...	-0,0011
3	Vinos y alcoholes	Servicios de cafetería, bares y restaurantes, ...	-0,0008

FUENTE: Elaboración propia

Aunque la producción secundaria de grasas y aceites por parte de la industria cárnica solo represente el 0,55% ( $c_{14,12}$ ) de su producción, el hecho de que casi la mitad de la producción del sector de fabricación de grasas y aceites se corresponda con el uso de productos de la viña y del olivar ( $b_{2,14} = 46,46\%$ ), hace que surja un coeficiente técnico negativo en esta relación ya que la industria cárnica no utiliza ninguno de estos productos para la fabricación de grasas y aceites como

actividad secundaria ( $b_{2,12} = 0\%$ ). En lo que respecta a la obtención de productos de la ganadería y de la caza como actividad secundaria de la industria cárnica, que representa un 3,18% del total ( $c_{4,12}$ ), éstos son elaborados con escasa utilización de los otros productos de la agricultura y servicios agrarios ( $b_{3,12} = 0,1\%$ ) en comparación con el uso que se hace de los mismos por parte del sector ganadero y de la caza ( $b_{3,4} = 9,96\%$ ).

**Tabla 5.14. Industria cárnica**

	Consumos intermedios	Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Productos de la viña y del olivar	Grasas y aceites	-0,0029
2	Otros productos de la agricultura y serv. agrar.	Productos de la ganadería y de la caza	-0,0027

FUENTE: Elaboración propia

El sector de fabricación de otros productos químicos tiene un 15,43% de producciones secundarias. Los productos de la química básica (incluido agroquímicos) representan un 13,75% (casi el 90% del total de dichas producciones secundarias). Por ello, mientras que los consumos intermedios de gas

manufacturado y servicios de distribución por parte de la industria química básica son de un 4,41% ( $b_{48,28}$ ), la industria de otros productos químicos solo consume dicho bien en un 0,35% ( $b_{48,29}$ ). Para el caso de los minerales no metálicos ni energéticos la explicación es análoga.

**Tabla 5.15. Fabricación de otros productos químicos**

	Consumos intermedios	Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Gas manufacturado y distribución: hielo	Productos de la química básica	-0,0032
2	Minerales no metálicos ni energéticos	Productos de la química básica	-0,0018

FUENTE: Elaboración propia

El sector de la hostelería tiene un 26,33% de producciones secundarias. Los servicios de cafetería, bares y restaurantes, etc. representan un 22,72% (más del 86% del total de dichas producciones secundarias). La Tabla 5.16 nos muestra cómo, según los datos publicados, el sector hostelero puede producir servicios de cafetería, bares y restaurantes, etc. con escasos

consumos intermedios de vinos y alcoholes ( $b_{18,56} = 0,44\%$ ) y de cerveza y bebidas no alcohólicas ( $b_{19,56} = 0,61\%$ ), en comparación con el sector de Restaurantes y otros establecimientos para comer y beber, que de hecho utilizan un 3,39% ( $b_{18,57}$ ) y un 5,9% ( $b_{19,57}$ ), respectivamente.

**Tabla 5.16. Hoteles, pensiones y otros tipos de hospedaje**

	Consumos intermedios	Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Cerveza y bebidas no alcohólicas	Servicios de cafetería, bares y restaurantes, ...	-0,0103
2	Vinos y alcoholes	Servicios de cafetería, bares y restaurantes, ...	-0,0048

FUENTE: Elaboración propia

Solo el 1,37% de la producción del sector de actividades industriales de limpieza se corresponden con producciones secundarias. La mayoría se refieren a los trabajos de construcción y obras de ingeniería civil ( $c_{50,75} = 0,95\%$ ). Merece destacarse que dicho sector, según los datos publicados, puede construir con escasas cantidades de cemento, cal, yeso

y sus derivados ( $b_{31,75} = 0,004\%$ ) y también escasas cantidades de trabajos de preparación y acabado de edificios y obras ( $b_{51,75} = 0,011\%$ ), en comparación con los usos que realiza el sector de la construcción de edificios y obras de ingeniería civil ( $b_{31,50} = 7,49\%$  y  $b_{51,50} = 7,84\%$ , respectivamente).

**Tabla 5.17. Actividades industriales de limpieza**

	Consumos intermedios	Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Cemento, cal, yeso y sus derivados	Construcción y obras de ingeniería civil	-0,0007
2	Prepar. y acab. de edificios y obras	Construcción y obras de ingeniería civil	-0,0007

FUENTE: Elaboración propia

Las actividades asociativas en la economía andaluza cuentan con una producción secundaria del 25,8%: servicios anexas a los transportes (11,68%), otros servicios a las empresas (8,99%) y servicios inmobiliarios (4,77%), entre otros. El coeficiente técnico negativo más relevante en este caso nos

muestra el hecho de que el elevado autoconsumo del sector de actividades anexas a los transportes ( $b_{62,62} = 20,18\%$ ) no es similar al uso dado por las actividades asociativas de dichos servicios anexas ( $b_{62,85} = 0,21\%$ ).

**Tabla 5.18. Actividades asociativas**

	Consumos intermedios	Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Servicios anexos a los transportes	Servicios anexos a los transportes	-0,0304
2	Construcción y obras de ingeniería civil	Servicios inmobiliarios	-0,0007

FUENTE: Elaboración propia

Las otras actividades recreativas, culturales y deportivas en la economía andaluza cuentan con una producción secundaria del 35,32%: servicios de publicidad (29,7%),

servicios de cafetería, bares y restaurantes, etc. (2,4%), otros servicios a las empresas (1,29%) y servicios inmobiliarios (1,28%), entre otros.

**Tabla 5.19. Otras actividades recreativas, culturales y deportivas**

	Consumos intermedios	Producciones secundarias	$a_{ij}$
1	Servicios de publicidad	Servicios de publicidad	-0,0916
2	Servicios de cine, video, radio y televisión	Servicios de publicidad	-0,0332

FUENTE: Elaboración propia

De nuevo, el coeficiente técnico negativo mayor en este caso es causado por un elevado autoconsumo en el sector de publicidad ( $b_{73,73} = 23,8\%$ ). Los consumos intermedios de los servicios publicitarios por parte de las otras actividades recreativas, culturales y deportivas solo representan un 1,32% ( $b_{73,87}$ ). El análisis es análogo para los servicios de cine, video, radio y televisión.

Por ultimo, existen otros tipos de relaciones económicas subyacentes de menor relevancia que se muestran en la Tabla 5.20. Merece destacarse que, según los datos publicados, el sector de la energía eléctrica es capaz de construir sin cemento, cal, yeso y sus derivados ( $b_{31,47} = 0\%$ ) y asimismo, también la industria del carbón es capaz de realizar trabajos de preparación y acabado de edificios y obras sin utilizar como consumos intermedios los trabajos de construcción de edificios y obras de ingeniería civil ( $b_{50,7} = 0\%$ ).

**Tabla 5.20. Otros tipos de relaciones económicas subyacentes a coeficientes técnicos negativos**

Consumos intermedios		Producciones secundarias	$a_{ij}$
<b>Otros cultivos y servicios agrarios</b>			
1	Otros productos alimenticios	Productos de la ganadería y de la caza	-0,0009
<b>Extracción de carbones</b>			
1	Construcción y obras de ingeniería civil	Prepar. y acab. de edificios y obras	-0,0005
<b>Extracción de minerales no metálicos ni energ.</b>			
1	Cemento, cal, yeso y sus derivados	Cemento, cal, yeso y sus derivados	-0,0007
<b>Refino de petróleo</b>			
1	Otros servicios recreativos, culturales y dep.	Otros servicios a las empresas	-0,0005
<b>Industrias del vidrio y de la piedra</b>			
1	Productos de la silvicultura y servicios relac.	Papel y productos de papel	-0,0005
<b>Fabr. vehículos de motor, remolq. y semirrem.</b>			
1	Minerales no metálicos ni energéticos	Productos del vidrio y de la piedra	-0,0005
<b>Construcción y reparación naval</b>			
1	Muebles	Muebles	-0,0005
<b>Producción y distribución de energía eléctrica</b>			
1	Cemento, cal, yeso y sus derivados	Construcción y obras de ingeniería civil	-0,0012
<b>Alquiler de maquinaria, equipos y otros efectos</b>			
1	Otros servicios a las empresas	Otros servicios a las empresas	-0,0008
<b>Actividades jurídicas, de contabilidad, etc.</b>			
1	Servicios de informática	Servicios de informática	-0,0021
<b>Publicidad</b>			
1	Comercio al por mayor e intermediarios	Servicios jurídicos, de contabilidad, etc.	-0,0005

FUENTE: Elaboración propia

## 5.4 Conclusiones

La coexistencia de diferentes tecnologías para un mismo producto, las heterogeneidades en las clasificaciones de productos empleadas así como los errores de medida en el proceso de elaboración y cuadro de las matrices de origen y destino son los tres posibles orígenes de la aparición de coeficientes técnicos negativos cuando asumimos la hipótesis de tecnología de producto.

En nuestro análisis de la economía andaluza, hemos encontrado distintos ejemplos que pueden ser asignados a la coexistencia de diferentes tecnologías: los servicios publicitarios producidos por el sector de edición y artes

gráficas o el sector de producciones de cine, video, radio y televisión; los servicios de cafetería, bares y restaurantes, etc. producidos por el sector hostelero; y los trabajos de preparación y acabado de edificios y obras así como los productos de la química básica (incluido agroquímicos) producidos por las industrias extractivas de minerales metálicos, entre otros. La solución a estos problemas provendría de la mano de desagregar las categorías de productos, aunque ello condujera a que las matrices de origen y destino dejaran de ser cuadradas.

En el caso de heterogeneidad en la clasificación de productos que se ha utilizado, juega un papel importante el argumento de la diversidad de los procesos de producción que

constituyen una determinada categoría de productos. Así, podemos encontrar ejemplos en la elaboración de conservas de pescado y de frutas y hortalizas por parte del sector pesquero; los otros servicios a las empresas y los otros productos alimenticios cuando son producidos por las industrias de grasas y aceites; entre otros. En este sentido, sería aconsejable una mayor desagregación de las categorías actuales de productos y sus correspondientes sectores para poder llevar a cabo análisis económicos futuros.

Los posibles errores de medida que encontramos pueden ser asignados a aquellos casos en los que determinados sectores producen bienes de forma secundaria sin la utilización de un determinado producto que, al mismo tiempo, es un input relevante en la estructura de consumos intermedios de los sectores para los que dichas producciones secundarias son principales. Por ejemplo, el sector de la producción y distribución de energía eléctrica así como el de la captación,

depuración y distribución del agua pueden, según los datos publicados, construir sin utilizar productos tales como el cemento, la cal, el yeso y sus derivados. Otro ejemplo lo constituye la educación privada, donde se producen servicios de cafetería, bares y restaurantes, etc. con escaso consumo de cerveza y bebidas no alcohólicas.

En resumen, nuestro objetivo ha sido el de analizar el problema de las producciones secundarias en la economía andaluza y realizar un diagnóstico de las posibles fuentes de errores de medida (ya sea derivados del proceso de elaboración y cuadro de las matrices de origen y destino o de la ausencia de información por parte de los establecimientos encuestados), coexistencia de tecnologías diferentes para un mismo producto y potenciales problemas de heterogeneidad en las clasificaciones de productos empleadas.



# Capítulo 6. Análisis estocástico de multiplicadores basados en matrices de origen y destino

## 6.1. Introducción

El análisis input-output se centra en torno a una matriz de coeficientes técnicos  $A = (a_{ij})_{i,j = 1, \dots, n}$  (donde  $n$  es el número de productos). Una parte de la literatura existente relaciona dicha matriz con la información sobre consumos intermedios y producciones que se enmarca dentro del sistema nacional de cuentas (tablas de origen y destino). Otra parte de la literatura utiliza la matriz de coeficientes técnicos tanto con un propósito de análisis económico estricto, en particular, para el cálculo de multiplicadores a partir de la matriz inversa de Leontief, como para un estudio de la transmisión de la aleatoriedad asumida desde los coeficientes técnicos hacia los multiplicadores. Desgraciadamente, estos dos cuerpos de literatura parecen estar demasiado distantes. La aleatoriedad impuesta en los coeficientes técnicos dentro del análisis de multiplicadores es más bien asumida que deducida empíricamente a partir de los datos sobre los que se basan sus estimaciones. Dietzenbacher (1995) relaciona la información sobre flujos intersectoriales con las estimaciones obtenidas de multiplicadores. No obstante, dichos flujos no son propiamente tablas de origen y destino, sino más bien tablas de transacciones intersectoriales. Es evidente pues, que es absolutamente necesario establecer un puente entre estos dos cuerpos de literatura existentes. Por un lado, este capítulo revisa la literatura que relaciona la información sobre consumos intermedios y producciones con la construcción de matrices de coeficientes técnicos, tanto desde un punto de vista determinístico como estocástico. Por otro lado, también se revisa la literatura existente que, sobre supuestos estocásticos, utiliza la matriz de coeficientes técnicos, a través de la matriz inversa de Leontief, como instrumento para análisis económicos de impacto. En definitiva, analizaremos cómo utilizar la información proporcionada por los consumos intermedios y las producciones a nivel de establecimientos para llegar directamente al cálculo de multiplicadores y de sus intervalos de confianza.

Quizás, la razón por la que este nuevo vínculo no se haya expuesto hasta ahora sea el hecho de que tanto la construcción de matrices de coeficientes técnicos a partir de matrices de origen y destino como el cálculo de

multiplicadores, no son transformaciones lineales, lo que dificulta el análisis que posteriormente abordaremos en este trabajo. Existen, en cambio, resultados parciales pero ninguno concluyente. Se mantienen importantes problemas, tales como la negatividad de los coeficientes técnicos resultantes como consecuencia de aplicar la tecnología de producto para la construcción de una matriz de coeficientes técnicos, o el sesgo obtenido en los multiplicadores calculados a partir de la matriz inversa de Leontief. En este sentido, no parece ser muy atractiva la tarea de entremezclar ambos problemas y encontrar una única solución para ambos. Mas para nuestra sorpresa, esto fue posible debido a que cuando se plantea teóricamente la formulación combinada del cálculo de los multiplicadores en términos de las matrices de origen y destino, una limitación neutraliza a la otra. Esto es, la forma simplificada o reducida de la combinación de dos formulaciones matriciales no lineales nos condujo a una expresión matricial donde el análisis econométrico lineal al uso resulta de aplicación. Los coeficientes de regresión del modelo econométrico lineal resultante serán los multiplicadores, que convenientemente estimados tendrán las propiedades de insesgadez, linealidad y consistencia.

En el próximo apartado, revisaremos el cuerpo de literatura que relaciona los datos sobre flujos económicos con los coeficientes técnicos, tanto desde un punto de vista determinístico como estocástico. El apartado 6.3 hará la correspondiente revisión sobre el cuerpo de literatura que toma como puntos de partida determinados supuestos estocásticos con el objetivo de calcular multiplicadores y realizar estudios de impacto a través de la matriz inversa de Leontief. El apartado 6.4 realiza el análisis que une ambos cuerpos de literatura en virtud de la utilización de los consumos intermedios y las producciones por establecimientos como instrumento para el cálculo directo de multiplicadores. El apartado 6.5 formaliza el problema de la valoración de consumos y producciones (precios básicos frente a precios de adquisición). Por último, el apartado 6.6 presenta los resultados obtenidos para la economía andaluza respecto al caso de los multiplicadores de producción y empleo, concluyéndose con el apartado 6.7.



## 6.2. Desde las matrices de origen y destino hacia los coeficientes técnicos

Recuérdese que una matriz de destino  $U = (u_{ij})$ ,  $i, j = 1, \dots, n$  comprende los productos  $i$  consumidos por los sectores  $j$ , y una matriz de origen  $V = (v_{ij})$ ,  $i, j = 1, \dots, n$  nos muestra la producción de los sectores  $i$  en términos de los productos  $j$ . Así, las necesidades de consumos intermedios del producto  $i$  por el sector  $j$  serán proporcionales a sus producciones  $v_{jk}$ . Si además asumimos que los coeficientes de proporcionalidad,  $a_{jk}$ , son independientes de los sectores (hipótesis de tecnología de producto), obtendremos que:

$$u_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} v_{jk} \quad \forall i, j = 1, \dots, n, \quad (6.1)$$

siendo cualquier matriz de coeficientes técnicos  $A$  que cumpla esta ecuación completamente consistente con los fundamentos teóricos del análisis input-output (Konijn y Steenge, 1995). Tal como se demuestra en el capítulo tres, Kop Jansen y ten Raa (1990) llegan a idéntica conclusión después de haber revisado con profundidad los diversos métodos existentes para construir una matriz de coeficientes técnicos sobre la base de matrices de destino y de origen no diagonales (véase también ten Raa y Rueda Cantuche, 2003a, 2003b). Dichos autores demostraron que la estructura axiomática planteada no solo impone restricciones en la elección del método a seguir sino que determina como solución única la hipótesis de tecnología de producto para construir una matriz de coeficientes técnicos a partir de matrices de origen y destino. Asimismo, este trabajo también contribuye a este planteamiento demostrando que solo bajo ciertas restricciones se puede mejorar el grado de cumplimiento de estos axiomas por parte de otros métodos distintos de tratamiento de producciones secundarias.

Sin embargo, tal como se explica en el capítulo cuarto, la hipótesis de tecnología de producto tiene sus propias limitaciones. En primer lugar, la matriz de origen debe ser necesariamente cuadrada para poder invertirla, esto es, necesitaremos el mismo número de productos que de sectores. En segundo lugar, no se garantiza una matriz de coeficientes técnicos resultante no negativa. Existe una amplia literatura al respecto sobre cómo abordar el problema de los negativos. Desde el trabajo pionero de Edmonston (1952), las causas de la negatividad de los coeficientes técnicos que se obtienen al aplicar la hipótesis de tecnología de producto han sido asignadas a errores de medida, tecnologías coexistentes para la producción de un mismo producto o problemas de agregación. Ten Raa (1988) y también, ten Raa y van der Ploeg (1989) rechazaron, utilizando la inferencia estadística, que la única causa de la aparición de aquellos negativos fueran los errores de medida. Ambos concluyen que lo más razonable sería aceptar la posibilidad de tecnologías coexistentes. En cambio, Konijn y Steenge (1995) argumentan que la coexistencia de tecnologías diferentes para un mismo producto no debe ser necesariamente la única causa. El hecho de que los productos tengan que ser agregados en grupos puede ser el origen de que aparezcan coeficientes negativos, al incluir, de

hecho, bajo una misma categoría o grupo varios productos con tecnologías realmente diferenciadas. Por ello, el problema de los negativos también puede deberse a problemas de agregación. Almon (1970, 2000) sugiere un método numérico iterativo que proporciona matrices de coeficientes técnicos no negativas, a la vez que Rainer y Richter (1992) señalan que los datos sobre consumos intermedios y producciones a nivel de establecimientos deben tratarse de tal manera que utilizando la tecnología de producto no se obtenga una matriz de coeficientes técnicos con algún elemento menor que cero. Naturalmente, estas propuestas no están libres de crítica en absoluto (véase Armstrong, 1975; Stahmer, 1985 y ten Raa, Chakraborty y Small, 1984).

Tal como Kop Jansen (1994) señala, la aleatoriedad se introduce generalmente en los modelos económicos para tratar de incorporar la imposibilidad de obtener una descripción absolutamente completa de todos los factores que influyen en la toma de decisiones de los agentes, la percepción personal de la realidad económica por parte de los economistas y el error, generalmente inherente a las observaciones muestrales. Existen diversos estudios que tratan de estimar coeficientes técnicos utilizando modelos econométricos con datos sobre consumos intermedios y producciones de establecimientos (Briggs, 1957; Gerking 1976a, 1976b, 1979b; Gerking y Pleeter, 1977; Brown y Giarratani 1979; Hanseman y Gustafson, 1981; Matthey y ten Raa, 1997). En algunos casos, estos trabajos se convierten en verdaderos contrastes estadísticos de la razonabilidad de la hipótesis de tecnología de producto respecto al problema de los negativos. Por ejemplo, Matthey y ten Raa (1997) demostraron para la industria manufacturera de los Estados Unidos que las diferencias encontradas en las intensidades de utilización de determinados productos como consumos intermedios respondían más a pautas de especialización que a diferentes tecnologías coexistentes. Esto es, los consumos intermedios necesarios para la elaboración de un determinado producto no varían aun cuando éste forme parte de la producción secundaria de otro sector.

Los modelos econométricos también han sido utilizados con el propósito de cuantificar el nivel de incertidumbre inherente a la medida de los coeficientes técnicos (Gerking, 1976b). Miernyk (1970) muestra, para datos procedentes de la economía del estado de Virginia Oeste de los Estados Unidos de América, que el método de mínimos cuadrados ordinarios y el método de mínimos cuadrados en dos etapas son preferibles a los de Durbin y Wald-Bartlett.

El análisis de los trabajos de Shelby D. Gerking se centra fundamentalmente en datos de sección cruzada debido, según él mismo, a que el análisis de series temporales requeriría un número de observaciones raramente disponible. Las desviaciones estándar de las estimaciones de  $a_{ij}$  se convierten entonces en indicadores del nivel de incertidumbre inherente a los coeficientes técnicos observados. A finales de los años setenta y principios de los ochenta, estos métodos econométricos para la estimación directa de coeficientes técnicos generaron una notable discusión (Brown y Giarratani, 1979; Hanseman y Gustafson, 1981; Hanseman, 1982).

### 6.3. Multiplicadores input-output estocásticos

En toda la literatura revisada sobre análisis input-output estocástico, los coeficientes técnicos han sido el punto de partida para el análisis de las propiedades probabilísticas de la matriz inversa de Leontief, esto es,  $(I-A)^{-1}$ . Dicha matriz se puede utilizar tanto para modelizar los efectos multiplicadores de un estímulo en la demanda final sobre la producción, como para analizar los efectos multiplicadores sobre los precios de variaciones en los costes (ten Raa, 1995a), ambos aspectos cruciales en cualquier estudio de economía aplicada (Kop Jansen, 1994).

Desde un enfoque estocástico, se plantearon interrogantes respecto a cómo podían afectar los supuestos probabilísticos que se asumían en los coeficientes técnicos a los multiplicadores así obtenidos o, cuáles serían las propiedades de la distribución de probabilidad teórica seguida por la matriz inversa de Leontief. Los primeros estudios que se pueden citar en el análisis input-output estocástico son Evans (1954), Christ (1955), Quandt (1958, 1959), Theil (1966), Yershov (1969) y Park (1973). Sus contribuciones más importantes extendieron el análisis probabilístico al cálculo de multiplicadores y de sus repercusiones sobre la producción total, realizando para ello diversos supuestos estocásticos sobre los coeficientes técnicos. Para una revisión más detallada de estas contribuciones, véase Jackson y West (1989) y Kop Jansen (1994). Posteriormente, Simonovits (1975) demostró que si todos los elementos de una matriz de coeficientes técnicos son independientes, aleatorios y simétricamente distribuidos, entonces el valor esperado de la matriz inversa de Leontief queda infraestimado por la matriz inversa de Leontief del valor esperado de  $A$ :

$$E[(I-A)^{-1}] \geq (I-E[A])^{-1} \quad (6.2)$$

Sin embargo, el supuesto de que los errores en los coeficientes técnicos son independientes no puede ser tenido en cuenta de forma seria dado que dichos coeficientes se construyen a partir de las matrices de origen y destino (Kop Jansen, 1994; Dietzenbacher, 1995). Existen numerosos estudios que tratan de soslayar la hipótesis de independencia asumiendo errores estocásticos de tipo biproportional (Lahiri, 1983), uniforme (Lahiri y Satchell, 1985), rectangular (Dietzenbacher, 1991) o asumiendo independencia solo en los elementos de la diagonal principal (Kop Jansen, 1994). Además, Lahiri y Satchell (1985) analizan el sesgo de la matriz inversa de Leontief atribuyendo los posibles errores de tipo estocástico a los precios a los que los coeficientes técnicos son valorados. Flâm y Thorlund-Petersen (1985) unifican los resultados de Simonovits (1975) sobre independencia de los

errores y los de Lahiri (1983) sobre errores de tipo biproportional. Finalmente, Kop Jansen (1994) especifica aquella distribución de los errores que conduce a cotas inferiores mínimas para el sesgo, lo que a su vez también implica cotas inferiores mínimas para los multiplicadores. Asimismo, este autor demuestra también que dichas cotas pueden ser calculadas fácilmente a través de simulaciones de Monte Carlo. Aunque estos resultados fueron obtenidos asumiendo independencia en los errores, Kop Jansen demuestra que su formulación tanto para el valor esperado como para las desviaciones estándar siguen siendo buenas aproximaciones para los casos donde exista interdependencia en los errores (ten Raa y Kop Jansen, 1998)<sup>14</sup>. West (1986) supone que los errores en los coeficientes técnicos son independientes e idénticamente distribuidos según una distribución normal con media cero y varianza conocida. Con este punto de partida, deduce una serie de fórmulas para el cálculo de aproximaciones de la media y varianzas de los multiplicadores input-output así como sus intervalos de confianza. Sin embargo, ten Raa y Steel (1994) señalan que el supuesto de normalidad en los coeficientes técnicos no admite momentos finitos para los elementos de la matriz inversa de Leontief. Básicamente, el supuesto de normalidad no solo implica que los coeficientes técnicos pueden tomar valores negativos con probabilidad positiva sino que también pueden existir matrices no negativas con radio espectral mayor que la unidad y con probabilidad positiva. De forma alternativa, estos autores proponen una estructura estocástica distinta para los coeficientes técnicos que se basa en la distribución beta, la cual solo toma valores dentro del intervalo unitario.

La literatura en el campo del análisis input-output regional ha desempeñado un papel importante en el análisis input-output estocástico. El principal interés radica en cuantificar los errores implícitos a las estimaciones non-survey de modelos input-output regionales así como en la precisión de las técnicas non-survey frente a los modelos basados en encuestas (Czamanski y Malizia, 1969; Schaffer y Chu, 1969; Morrison y Smith, 1974; McMenamin y Haring, 1974 y Round, 1978). Años más tarde, desde una perspectiva de modelización regional se publicaron estudios respecto a los efectos sobre los multiplicadores input-output regionales tanto de los errores inherentes a los coeficientes técnicos como de los errores inherentes a los coeficientes de adquisición regionales (en inglés, *regional purchase coefficients*). Por ejemplo, Stevens y Treiner (1980) y Park, Mohtadi y Kubursi (1981) concluyeron que los errores en los coeficientes de adquisición regionales eran de una mayor importancia que los implícitos en los coeficientes técnicos si asumíamos una estructura multiplicativa de los errores. No obstante, Garhart (1985) y Giarratani (1986) argumentan que estos últimos resultados deben ser tomados con cautela cuando tratamos con una estructura aditiva o mixta (aditiva y multiplicativa) de los errores.

14. Dietzenbacher (1995) asume que la tabla de transacciones es fuente de errores aleatorios. Construye una matriz de coeficientes técnicos a partir de unas tablas input-output sector por sector y demuestra que, bajo ciertas condiciones e independientemente del sesgo original de los errores o de su independencia, los resultados de Simonovits (1975) no se cumplen. Además, Roland-Holst (1989) utiliza datos empíricos dentro de un marco de simulación de Monte Carlo para concluir que los estimadores lineales de multiplicadores input-output son insesgados.

## 6.4. Multiplicadores input-output: su relación con los consumos intermedios y producciones por establecimientos

De acuerdo con la definición de Miller y Blair (1985), los tres tipos de multiplicadores más utilizados en la literatura económica son los que estiman los efectos de cambios exógenos sobre las producciones sectoriales (multiplicadores de producción), sobre las rentas generadas por los hogares como consecuencia de las nuevas producciones obtenidas (multiplicadores de renta) y sobre el empleo que se espera incrementar como consecuencia también de dichas nuevas producciones (multiplicadores de empleo). Un multiplicador de producción para el sector  $j$  vendría dado por el valor total de la producción generada en toda la economía para satisfacer una variación unitaria de la demanda final de los productos característicos de dicho sector  $j$ . Los multiplicadores de renta en cambio representarían el valor total de las rentas generadas por las familias como consecuencia de una variación unitaria en la demanda final de los productos característicos del sector  $j$ . En este caso, se traslada el impacto de las variaciones en la demanda final hasta las rentas percibidas por los hogares en vez de hasta el total de la producción. Por último, los multiplicadores de empleo medirían el número de empleados esperado que se generaría como consecuencia de una variación unitaria en la demanda final de los productos característicos del sector  $j$ . En lo que sigue asumiremos la hipótesis de tecnología de producto tanto para el conjunto de consumos intermedios como para el factor trabajo.

### 6.4.1. Multiplicadores de empleo

Según la tecnología de producto, los coeficientes de empleo vendrán expresados de la siguiente manera:

$$L = l V^T, \quad (6.3)$$

donde  $L$  es un vector fila que representa el número de empleados en términos absolutos (de orden  $n$ ),  $l$  un vector fila que especifica los coeficientes de empleo y  $V^T$  la matriz de origen no diagonal transpuesta. De esta forma:

$$l = L V^{-T} \quad (6.4)$$

y la fórmula para calcular los multiplicadores de empleo ( $\lambda$ ) sería (ten Raa, 1995a):

$$\lambda = l (I - A)^{-1}. \quad (6.5)$$

A través de la expresión matemática basada en la hipótesis de tecnología de producto, demostraremos que el cálculo de los multiplicadores de empleo a partir de (6.5) se convierte en un análisis de regresión lineal múltiple, donde los coeficientes de regresión a estimar son precisamente dichos multiplicadores. Esto sin duda permitirá obtener estimadores lineales, insesgados y consistentes así como calcular intervalos de confianza. De esta manera, los problemas de la infra- o sobreestimación de la matriz inversa de Leontief y de la dependencia o independencia de los errores quedarían soslayados. Obsérvese además que el punto de partida de

nuestro análisis no serán los coeficientes técnicos ni ningún supuesto estocástico sobre ellos, sino más bien la información subyacente a las matrices de origen y destino y, por ende, al cálculo de dichos coeficientes.

A partir de la ecuación (6.4) y suponiendo la hipótesis de tecnología de producto, obtenemos que:

$$\lambda = L V^T (I - UV^T)^{-1} = L [(I - UV^T) V^T]^{-1} = L (V^T - U)^{-1},$$

con lo que entonces, a partir de matrices de origen y destino rectangulares, los multiplicadores de empleo se podrían calcular por medio de una regresión lineal múltiple tal que:

$$L = \lambda (V^T - U) + \varepsilon$$

donde  $L$  es un vector fila de orden  $m$  que representa el número de empleados por cada establecimiento,  $\lambda$  un vector fila de orden  $n$  que comprende los multiplicadores de empleo por cada producto,  $V$  la matriz de origen de orden  $m \times n$ ,  $U$  la matriz de destino de orden  $n \times m$  y  $\varepsilon$  un vector fila de orden  $m$  que representan perturbaciones aleatorias independientes y normalmente distribuidas con media cero y varianza constante. Nótese que  $m$  es el número de establecimientos incluidos en la muestra o el número de observaciones de la regresión lineal. En el apartado sexto se mostrarán los resultados de una aplicación empírica realizada para la economía andaluza según el Marco Input-Output de Andalucía para el año 1995. Toda la información necesaria para llevar a cabo este análisis fue proporcionada, previa petición, por el Instituto de Estadística de Andalucía (IEA, en adelante).

### 6.4.2. Multiplicadores de producción

Los multiplicadores de producción,

$$\mu = e^T (I - A)^{-1} \quad (6.8)$$

también pueden expresarse en función de las matrices de origen y destino, suponiendo la hipótesis de tecnología de producto:

$$\begin{aligned} \mu &= e^T (I - UV^T)^{-1} = e^T V^T [(I - UV^T) V^T]^{-1} = \\ &= e^T V^T (V^T - U)^{-1}. \end{aligned} \quad (6.9)$$

Esto es, a partir de matrices de origen y destino rectangulares, los multiplicadores de producción se podrían calcular por medio de una regresión lineal múltiple tal que:

$$e^T V^T = \mu (V^T - U) + \varepsilon \quad (6.10)$$

donde  $e^T V^T$  es un vector fila de orden  $m$  que representa las producciones totales de cada establecimiento,  $\mu$  un vector fila de orden  $n$  que comprende los multiplicadores de producción por cada producto,  $V$  la matriz de origen de orden  $m \times n$ ,  $U$  la matriz de destino de orden  $n \times m$  y  $\varepsilon$  un vector fila de orden  $m$  que representan perturbaciones aleatorias independientes y normalmente distribuidas con media cero y varianza constante. Nótese que  $m$  es de nuevo el número de establecimientos incluidos en la muestra o el número de observaciones de la regresión lineal. En el apartado sexto se mostrarán, al igual que

para los multiplicadores de empleo, los resultados de una aplicación empírica realizada para la economía andaluza según el Marco Input-Output de Andalucía para el año 1995.

## 6.5. El problema de la valoración

Una de las primeras tablas input-output publicadas en España bajo las nuevas directrices del Sistema Europeo de Cuentas (EUROSTAT, 1996) o SEC-95 fue el Marco Input-Output de Andalucía 1995 (IEA, 1999) - MIOAN95 en adelante. Las tablas de origen y destino publicadas alcanzan un grado de cobertura de casi el 45% del total de la producción y de más de un tercio del total de empleo. El número de establecimientos considerados ronda los treinta mil (IEA, 1999).

El IEA publica dos matrices de destino a diferentes valoraciones. Una de ellas está valorada a precios de adquisición y la otra a precios básicos. La diferencia radica en que la primera incluye márgenes de transporte y comercio, e impuestos netos sobre productos (incluyendo el IVA no deducible) que la segunda no incorpora<sup>15</sup> (Viet, 1994 p.28). La matriz de origen se publica exclusivamente a precios básicos. El Sistema de Cuentas Nacionales de las Naciones Unidas recomienda expresamente la valoración a precios básicos ya que en ella los costes de producción de los bienes y servicios están medidos antes de que salgan al mercado para su consumo. De esta manera, las posibles distorsiones provocadas por las políticas fiscales y de subvenciones así como por las diferencias en los tipos de transacciones económicas, ya no son posibles.

Dado que los consumos intermedios por establecimientos fueron proporcionados por el IEA a precios de adquisición y las producciones por establecimiento están valoradas por definición a precios básicos, se realizaron los ajustes pertinentes para reasignar los márgenes de comercio y transporte y deducir los impuestos netos sobre productos en cada adquisición para poder tener tanto los inputs como los outputs valorados a precios básicos. El proceso de reajuste fue el mismo realizado por el IEA para la construcción de la tabla de destino a precios básicos, aunque se añadió un supuesto más al tratar con establecimientos y no con sectores o productos. Esto es, consideramos que todos los establecimientos de un sector  $j$  que adquieran un producto  $k$  pagan el mismo porcentaje de margen de transporte, de comercio y de impuestos netos sobre productos.

De acuerdo con el SEC-95, los consumos intermedios a precios de adquisición se componen de los consumos intermedios a precios básicos más los márgenes de transporte, los márgenes de comercio y los impuestos netos sobre productos correspondientes. Sea  $u_{kj}^b$  y  $u_{kj}^p$  los consumos intermedios totales domésticos del producto  $k$  por parte del sector  $j$  a precios básicos y de adquisición, respectivamente. Entonces podremos escribir:

$$u_{kj}^b = u_{kj}^p - T_{kj}^d - T_{kj} - N_{kj} - H_{kj}, \quad (6.11)$$

donde para cada adquisición de un producto  $k$  por parte de un sector  $j$ ,  $T_{kj}^d$  y  $T_{kj}$  son la cantidad de márgenes de comercio y de transporte incluidas, respectivamente,  $N_{kj}$  la cantidad total de impuestos netos sobre productos correspondiente (excluido el impuesto sobre el valor añadido no deducible o IVA no deducible) y  $H_{kj}$  la cantidad de IVA no deducible incorporada al producto.

Supongamos ahora que los márgenes de comercio puedan ser proporcionales a los consumos intermedios valorados a precios de adquisición, dado que dichos márgenes suelen ser aplicados al final de los canales de distribución de un producto. Esto es:

$$T_{kj}^d = t_{kj}^d u_{kj}^p, \quad 0 < t_{kj}^d < 1. \quad (6.12)$$

Por el contrario, asumamos ahora que los impuestos netos sobre productos, excluido el IVA no deducible, y los márgenes de transporte puedan ser proporcionales a los consumos intermedios a precios básicos. Por tanto,

$$N_{kj} = n_{kj} u_{kj}^b, \quad 0 < n_{kj} < 1; \quad (6.13)$$

$$T_{kj} = t_{kj} u_{kj}^b, \quad 0 < t_{kj} < 1. \quad (6.14)$$

Con respecto al IVA no deducible, en función del carácter de dicho impuesto, supondremos:

$$H_{kj} = h_{kj} \left( \frac{u_{kj}^p}{1 + h_{kj}} \right), \quad 0 < h_{kj} < 1. \quad (6.15)$$

Entonces, si sustituimos (6.12), (6.13), (6.14) y (6.15) en (6.11), obtenemos:

$$u_{kj}^b = u_{kj}^p \left( \frac{1 - t_{kj}^d - \frac{h_{kj}}{1 + h_{kj}}}{1 + t_{kj} + n_{kj}} \right), \quad (6.16)$$

que es precisamente la fórmula que efectúa el cambio de valoración de precios de adquisición a precios básicos.

No obstante, nuestro propósito consiste en estimar las incógnitas  $u_{kji}^b$ , esto es, el consumo total a precios básicos del producto  $k$  por parte de un establecimiento  $i$  que forma parte de un sector  $j$ . Dado que la información disponible suministrada a partir de las encuestas está organizada por establecimientos de un sector en cuestión y no por productos, denotaremos  $u_{kji}^p$  y  $u_{kji}^b$  como los consumos intermedios por establecimientos y sectores a precios de adquisición y a precios básicos, respectivamente. Basándonos en (6.16) nuestro objetivo será aplicar la siguiente expresión:

$$u_{kji}^b = u_{kji}^p \left( \frac{1 - t_{kji}^d - \frac{h_{kji}}{1 + h_{kji}}}{1 + t_{kji} + n_{kji}} \right), \quad (6.17)$$

15. Nótese que en realidad los márgenes de comercio y transporte simplemente son reasignados desde los productos que los llevan incorporados dentro de su precio de adquisición hacia los productos característicos de los sectores de comercio y transporte propiamente dichos.

Sin embargo, el problema surge cuando la información disponible no nos garantiza valores para  $t_{kji}^d$ ,  $h_{kji}$ ,  $t_{kji}$  y  $n_{kji}$ . Así, para poder emplear (6.16) asumiremos que todos los establecimientos de un sector  $j$  que adquieran un producto  $k$  pagan el mismo porcentaje de margen de transporte, de comercio y de impuestos netos sobre productos. En consecuencia estas restricciones se pueden formalizar como:

$$\begin{aligned} t_{kji}^d &= t_{kj}^d \quad \forall i, \\ t_{kji} &= t_{kj} \quad \forall i, \\ n_{kji} &= n_{kj} \quad \forall i, \\ h_{kji} &= h_{kj} \quad \forall i, \end{aligned}$$

y la fórmula resultante sería:

$$u_{kji}^b = u_{kj}^p \left( \frac{1 - t_{kj}^d - \frac{h_{kj}}{1 + h_{kj}}}{1 + t_{kj} + n_{kj}} \right) \quad (6.18)$$

Una vez que tanto los márgenes de comercio como los de transporte así como los impuestos netos sobre productos han sido sustraídos de los consumos intermedios a precios de adquisición, quedaría por reasignar el total de márgenes de comercio (tanto de productos importados como fabricados en Andalucía) y la cantidad de márgenes de transporte (de

productos fabricados en Andalucía) hacia los servicios correspondientes al comercio y al transporte, respectivamente.

Este proceso fue realizado con la colaboración técnica de expertos del IEA.

## 6.6 Resultados

### 6.6.1 Multiplicadores de empleo

El número total de establecimientos que se incluyen en nuestro estudio es el de 18.084 y los resultados se presentan en la Tabla 6.1.

El modelo ha sido estimado para 87 productos por mínimos cuadrados ordinarios habiéndose tenido que calcular la matriz apropiada de varianzas y covarianzas de los estimadores de los coeficientes de regresión utilizando el estimador de White (White, 1980) para casos de presencia de heteroscedasticidad en muestras de gran tamaño y cuya forma no es conocida. En el modelo estimado no se encuentran problemas de autocorrelación ni de multicolinealidad. En este último aspecto, cabe señalar que solo 12 de 7.482 posibles correlaciones son mayores que 0,5, siendo solo una de ellas mayor que 0,75. Así, el modelo arroja un coeficiente de determinación igual a 0,9948 con 11 coeficientes no significativos de un total de 87, a un nivel de confianza del 95%.

**Tabla 6.1. Multiplicadores de empleo** (número de empleados por 600.000 euros)

Descripción	Multiplicador estimado	Multiplicador (MIOAN95)	p valor	Límite inferior	Límite superior
89 Servicios de los hogares que emplean personal doméstico	116,2	116,2	0,0000	116,2	116,2
83 Servicios sociales de mercado	40,2	40,6	0,0000	39,2	41,2
88 Otros servicios personales	31,9	32,6	0,0000	31,6	32,3
75 Servicios de limpieza industrial	32,7	32,1	0,0000	31,6	33,7
74 Servicios de investigación y seguridad	23,5	31,6	0,0004	10,5	36,4
5 Productos de la selvicultura y servicios relacionados	30,0	30,3	0,0000	29,5	30,5
79 Servicios de educación de mercado	31,8	28,1	0,0000	29,8	33,8
82 Servicios sociales no de mercado	25,6	25,7	0,0000	25,4	25,9
1 Hortalizas y frutas	23,9	24,1	0,0000	23,3	24,6
44 Muebles	9,7	23,1	0,0017	3,7	15,8
24 Madera, corcho y sus productos (excepto muebles)	8,0	22,6	0,0413	0,3	15,7
55 Servicios de comercio al por menor y reparación de efectos personales y domésticos	42,9	22,1	0,1186	-11,0	96,8
73 Servicios de publicidad	1,5	21,5	0,3509	-1,7	4,7
4 Productos de la ganadería y de la caza	21,1	21,3	0,0000	20,7	21,5
2 Productos de la viña y del olivar	21,0	21,2	0,0000	20,5	21,5
70 Servicios de investigación y desarrollo	20,1	19,9	0,0000	19,5	20,6
76 Otros servicios a las empresas	4,3	19,7	0,7309	-20,3	29,0

CONTINÚA →

**Tabla 6.1. Multiplicadores de empleo** (número de empleados por 600.000 euros)

CONTINUACIÓN

Descripción	Multiplicador estimado	Multiplicador (MIOAN95)	p valor	Límite inferior	Límite superior
85 Servicios de asociaciones	22,2	18,8	0,0000	14,2	30,2
57 Servicios de cafeterías, bares y restaurantes; provisión de comidas preparadas	31,1	18,8	0,0000	23,2	39,1
77 Servicios de administración pública, defensa y seguridad social obligatoria	19,0	18,6	0,0000	18,2	19,8
23 Cuero preparado, artículos de cuero y calzado	7,2	18,5	0,0013	2,8	11,5
22 Prendas de vestir; prendas de piel	4,4	18,4	0,0186	0,7	8,0
51 Trabajos de preparación y acabado de edificios y obras	18,3	18,4	0,0000	17,7	18,8
6 Pescados y otros productos de la pesca	11,0	18,3	0,0000	9,7	12,4
71 Servicios jurídicos, de contabilidad, etc.	72,0	18,1	0,1060	-15,3	159,3
32 Prods. cerámicos, azulejos, ladrillos y otras tierras cocidas para la construcción	11,7	17,7	0,0000	8,6	14,7
52 Servicios de comercio de vehículos y carburantes	18,1	17,6	0,1137	-4,3	40,4
13 Conservas de pescado y de vegetales	15,0	17,5	0,0000	12,1	17,9
78 Servicios de educación no de mercado	18,3	17,5	0,0000	17,4	19,2
59 Servicios en otros tipos de transporte terrestre y por tubería	17,0	17,1	0,0000	16,1	17,8
80 Servicios sanitarios y veterinarios no de mercado	16,6	16,8	0,0000	16,4	16,8
72 Servicios técnicos de arquitectura e ingeniería, ensayos, etc.	23,2	16,5	0,0203	3,6	42,8
84 Servicios de saneamiento público	23,8	16,5	0,0000	20,5	27,1
53 Servicios de reparación de vehículos de motor	15,9	16,3	0,0000	15,5	16,3
65 Servicios de seguros y planes de pensiones	12,1	15,9	0,0000	1 0,3	13,9
35 Productos metálicos, excepto maquinaria y equipo	6,6	15,6	0,0001	3,3	9,9
16 Harinas, pan, galletas y pasteles	4,6	15,6	0,0000	2,7	6,5
33 Productos del vidrio y de la piedra	7,1	15,5	0,0000	5,2	9,1
66 Servicios auxiliares de la intermediación financiera	6,4	15,4	0,0021	2,3	10,5
42 Embarcaciones y servicios de reparación	2,3	15,4	0,1319	-0,7	5,4
3 Otros productos de la agricultura y servicios agrarios	14,6	14,8	0,0000	14,2	15,1
45 Otros artículos manufacturados	14,6	14,6	0,0000	13,9	15,3
14 Grasas y aceites	3,4	14,5	0,0000	2,2	4,7
56 Servicios hoteleros y de alojamiento en otros tipos de hospedaje	19,4	14,1	0,0000	12,8	26,0
36 Maquinaria y equipo mecánico	14,1	14,0	0,0000	13,4	14,8
60 Servicios de transporte marítimo y fluvial	7,2	13,7	0,0000	5,0	9,4
7 Carbones minerales	7,2	13,7	0,0000	5,0	9,3
62 Servicios anexos a los transportes	8,1	13,6	0,0007	3,4	12,8
69 Servicios de informática	15,1	12,7	0,3185	-14,6	44,9
54 Servicios de comercio al por mayor e intermediarios	3,4	12,4	0,3184	- 3,3	10,2
87 Otros servicios recreativos, culturales y deportivos	9,6	12,4	0,0000	8,4	10,9
50 Trabajos de construcc. y obras de ingeniería civil	7,0	12,2	0,0000	5,2	8,7
49 Agua y servicios de distribución	10,8	11,8	0,0000	8,1	13,5
18 Vinos y alcoholes	7,7	11,7	0,0000	6,2	9,3
15 Productos lácteos	11,5	11,6	0,0000	6,5	16,4
46 Materiales para el reciclaje	9,8	11,1	0,0000	8,0	11,5
58 Servicios de transporte por ferrocarril	10,6	11,1	0,0000	9,9	11,2
68 Servicios de alquiler de maquinaria, equipos y otros efectos	8,8	11,0	0,0001	4,5	13,2

CONTINÚA →

**Tabla 6.1. Multiplicadores de empleo** (número de empleados por 600.000 euros)

CONTINUACIÓN

Descripción	Multiplicador estimado	Multiplicador (MIOAN95)	p valor	Límite inferior	Límite superior
11 Minerales no metálicos ni energéticos	11,0	10,9	0,0000	10,1	12,0
26 Productos de la edición, impresos y material grabado	33,9	10,7	0,0868	-4,9	72,7
43 Otro material de transporte	1,5	10,5	0,2899	-1,2	4,2
21 Productos textiles	10,6	10,5	0,0000	10,2	11,0
63 Servicios de correos y telecomunicaciones	5,2	10,4	0,0000	4,7	5,8
31 Cemento, cal, yeso y sus derivados	4,3	10,2	0,0018	1,6	7,0
12 Productos de la industria cárnica	6,4	9,8	0,0001	3,2	9,7
40 Equipo médico y aparatos de precisión, óptica, etc.	3,6	9,2	0,0664	-0,2	7,4
64 Servicios de intermediación financiera	8,7	9,1	0,0000	7,9	9,5
30 Productos de caucho y productos plásticos	3,3	9,1	0,0001	1,6	4,9
10 Minerales metálicos	7,0	8,8	0,0000	4,2	9,8
29 Otros productos químicos	5,0	8,7	0,0185	0,8	9,2
41 Vehículos de motor, remolques y semirremolques	11,3	8,6	0,0000	6,4	16,2
38 Maquinaria y material eléctrico	3,6	8,6	0,0166	0,7	6,6
81 Servicios sanitarios y veterinarios de mercado	4,9	7,6	0,0008	2,0	7,8
61 Servicios de transporte aéreo	8,4	7,6	0,0000	4,7	12,1
39 Material electrónico y equipos de radio y televisión	7,7	7,5	0,0000	6,9	8,5
19 Cerveza y bebidas no alcohólicas	5,5	7,2	0,0000	4,7	6,3
25 Papel y productos de papel	3,6	7,1	0,0000	2,0	5,1
20 Tabaco manufacturado	5,4	7,0	0,0478	0,1	10,7
17 Otros productos alimenticios	6,0	6,8	0,0010	2,4	9,5
37 Maquinaria de oficina y equipo informático	5,5	5,9	0,0000	4,7	6,3
86 Servicios de cine, vídeo, radio y televisión	29,1	5,9	0,0000	25,2	33,0
28 Productos de la química básica (incluso agroquímicos)	2,2	5,1	0,0079	0,6	3,7
48 Gas manufacturado y servicios de distribución; hielo	3,5	3,8	0,0000	2,1	5,0
47 Energía eléctrica	2,8	3,4	0,0000	2,6	2,9
34 Productos de metalurgia	0,8	2,3	0,0050	0,2	1,3
67 Servicios inmobiliarios	2,1	2,0	0,0000	1,6	2,6
27 Productos del refino de petróleo	2,0	1,6	0,0000	1,5	2,6

FUENTE: Elaboración propia

Las dos principales conclusiones que podemos extraer del modelo y que desarrollaremos a continuación, son las siguientes: (a) en la mayoría de los casos los multiplicadores obtenidos a partir de las matrices de origen y destino publicadas por el IEA están sobreestimados y no infraestimados, como se podría deducir de la teoría al respecto; y (b) existe, en general, una relación positiva entre el sesgo de los multiplicadores de empleo y las producciones secundarias de una economía.

En primer lugar, cabe destacar que en 57 de 87 productos los multiplicadores de empleo resultantes son sistemáticamente inferiores a los calculados con las matrices de origen y destino publicadas por el IEA. Por el contrario, solo 19 productos tienen multiplicadores de empleo superiores. No cabe duda de que estos resultados pueden parecer, en principio, opuestos a los de Simonovits (1975). No obstante, hay que recordar que para que podamos asumir la infraestimación de la matriz inversa de Leontief según dicho autor, deben darse unos determinados supuestos ciertamente restrictivos, como la independencia de los coeficientes técnicos, por ejemplo. Así pues, nuestros resultados no deben contradecir los de este autor ya que no partimos de los mismos

16. Nótese que los cálculos de los multiplicadores de empleo a partir de las matrices de origen y destino publicadas por el IEA se corresponderían con la parte derecha de la ecuación (6.2).

supuestos. En definitiva, dado que nuestras estimaciones son insesgadas y consistentes, parece que en la mayoría de los casos los multiplicadores obtenidos a partir de las matrices de origen y destino publicadas por el IEA están sobreestimados y no infraestimados. Podemos encontrar conclusiones similares en los trabajos de Dietzenbacher (1995) y Roland-Holst (1989).

En segundo lugar, tal como muestra la Tabla 6.2, aquellos sectores en los que las actividades secundarias representan un gran porcentaje o bien, aquellos productos que son elaborados en gran medida por el resto de sectores de la economía, distintos del que se consideraría como característico, son lo que conllevan un mayor sesgo, medido éste como la diferencia entre los estimadores hallados por el modelo y los calculados con las matrices de origen y destino publicadas por el IEA.

Desde un punto de vista teórico, en el caso de que un producto sea elaborado en un alto porcentaje por sectores distintos al que correspondería a su sector característico y en el que, a su vez, dicho sector no contara con producción secundaria alguna, es razonable pensar que la mayoría de los otros sectores no tienen porqué ajustarse a la misma tecnología empleada por el sector cuya actividad es principal (y que coincide con la de producto por no haber otro tipo de producciones secundarias). Por ello, la existencia de un mayor sesgo en casos como los servicios de publicidad, servicios de informática o servicios de saneamiento público podrían venir explicados por este hecho.

**Tabla 6.2. Producciones secundarias y sesgo de multiplicadores de empleo**

Descripción	Respecto a sector (%)	Respecto a producto (%)	Sesgo estimado (valor absoluto)
73 Servicios de publicidad	3,17	81,91	21,49
76 Otros servicios a las empresas	42,74	41,45	19,68
69 Servicios de informática	12,77	40,30	12,75
86 Servicios de cine, vídeo, radio y televisión	43,97	3,59	23,17
87 Otros servicios recreativos, culturales y deportivos	35,32	4,11	2,78
84 Servicios de saneamiento público	1,66	36,41	7,23
71 Servicios jurídicos, de contabilidad, etc.	12,83	19,88	18,09
26 Productos de la edición, impresos y material grabado	28,24	1,68	10,74
56 Servicios hoteleros y de alojamiento en otros tipos de hospedaje	26,33	3,31	5,28
10 Minerales metálicos	28,18	0,00	1,86
15 Productos lácteos	5,63	21,72	0,10
85 Servicios de asociaciones	25,80	0,00	3,36
6 Pescados y otros productos de la pesca	24,74	0,01	7,29
49 Agua y servicios de distribución	6,53	18,19	0,98
61 Servicios de transporte aéreo	19,85	0,00	0,81
29 Otros productos químicos	15,43	3,64	3,69
3 Otros productos de la agricultura y servicios agrarios	2,87	15,94	0,25
74 Servicios de investigación y seguridad	1,61	16,71	8,16
17 Otros productos alimenticios	12,62	4,77	0,84
59 Servicios en otros tipos de transporte terrestre y por tubería	1,66	15,56	0,11
13 Conservas de pescado y de vegetales	3,80	12,54	2,55
52 Servicios de comercio de vehículos y carburantes	14,79	0,04	17,56
5 Productos de la selvicultura y servicios relacionados	6,00	7,65	0,32
51 Trabajos de preparación y acabado de edificios y obras	9,43	4,12	0,12
79 Servicios de educación de mercado	10,46	1,20	3,65
4 Productos de la ganadería y de la caza	1,42	10,17	0,24
12 Productos de la industria cárnica	7,98	2,35	3,32
28 Productos de la química básica (incluso agroquímicos)	2,19	7,20	2,90

CONTINÚA →



**Tabla 6.2. Producciones secundarias y sesgo de multiplicadores de empleo**

CONTINUACIÓN

Descripción	Respecto a sector (%)	Respecto a producto (%)	Sesgo estimado (valor absoluto)	
72	Servicios técnicos de arquitectura e ingeniería, ensayos, etc.	0,52	8,85	6,63
57	Servicios de cafeterías, bares y restaurantes; provisión de comidas preparadas	1,20	7,49	12,25
18	Vinos y alcoholes	7,76	0,88	3,95
53	Servicios de reparación de vehículos de motor	1,97	6,40	0,46
62	Servicios anexos a los transportes	4,41	3,22	5,53
77	Servicios de administración pública, defensa y seguridad social obligatoria	7,62	0,00	0,35
16	Harinas, pan, galletas y pasteles	3,31	4,00	11,01
63	Servicios de correos y telecomunicaciones	1,05	5,17	5,20
36	Maquinaria y equipo mecánico	4,20	1,85	0,12
30	Productos de caucho y productos plásticos	3,21	2,43	5,79
11	Minerales no metálicos ni energéticos	3,44	2,19	0,12
67	Servicios inmobiliarios	0,87	4,71	0,11
21	Productos textiles	4,13	1,42	0,09
37	Maquinaria de oficina y equipo informático	0,21	5,01	0,42
2	Productos de la viña y del olivar	5,08	0,11	0,21
50	Trabajos de construcción y obras de ingeniería civil	1,78	3,42	5,20
55	Servicios de comercio al por menor y reparación de efectos personales y domésticos	4,54	0,64	22,12
54	Servicios de comercio al por mayor e intermediarios	1,19	3,88	12,42
68	Servicios de alquiler de maquinaria, equipos y otros efectos	3,00	2,05	2,21
25	Papel y productos de papel	2,54	2,33	3,57
35	Productos metálicos, excepto maquinaria y equipo	1,18	3,59	9,04
14	Grasas y aceites	3,70	1,03	11,03
88	Otros servicios personales	0,35	3,97	0,78
83	Servicios sociales de mercado	2,82	1,49	0,46
32	Prodts. cerámicos, azulejos, ladrillos y otras tierras cocidas para la construcción	1,49	2,57	5,99
19	Cerveza y bebidas no alcohólicas	0,71	3,28	1,72
38	Maquinaria y material eléctrico	0,75	3,08	4,93
24	Madera, corcho y sus productos (excepto muebles)	2,81	0,97	14,63
7	Carbones minerales	3,58	0,00	6,54
23	Cuero preparado, artículos de cuero y calzado	2,88	0,52	11,29
27	Productos del refino de petróleo	2,86	0,48	0,47
44	Muebles	0,54	2,71	13,40
1	Hortalizas y frutas	3,01	0,21	0,25
31	Cemento, cal, yeso y sus derivados	2,07	1,13	5,91
45	Otros artículos manufacturados	1,64	1,51	0,01
39	Material electrónico y equipos de radio y televisión	3,13	0,02	0,24
40	Equipo médico y aparatos de precisión, óptica, etc.	1,09	1,77	9,18
43	Otro material de transporte	2,57	0,19	10,52
33	Productos del vidrio y de la piedra	1,24	1,40	8,33
58	Servicios de transporte por ferrocarril	2,58	0,00	0,48
42	Embarcaciones y servicios de reparación	2,33	0,22	15,37
47	Energía eléctrica	1,82	0,57	0,65
34	Productos de metalurgia	2,13	0,23	1,56
41	Vehículos de motor, remolques y semirremolques	1,43	0,37	2,66
75	Servicios de limpieza industrial	1,37	0,28	0,51

CONTINÚA →

**Tabla 6.2. Producciones secundarias y sesgo de multiplicadores de empleo**

CONTINUACIÓN

Descripción	Respecto a sector (%)	Respecto a producto (%)	Sesgo estimado (valor absoluto)
22 Prendas de vestir; prendas de piel	1,42	0,16	14,06
48 Gas manufacturado y servicios de distribución; hielo	1,11	0,21	0,24
66 Servicios auxiliares de la intermediación financiera	0,05	0,65	9,02
81 Servicios sanitarios y veterinarios de mercado	0,32	0,09	2,73
78 Servicios de educación no de mercado	0,18	0,00	0,79
70 Servicios de investigación y desarrollo	0,04	0,00	0,12
60 Servicios de transporte marítimo y fluvial	0,00	0,00	6,54
65 Servicios de seguros y planes de pensiones	0,00	0,00	3,80
20 Tabaco manufacturado	0,00	0,00	1,64
46 Materiales para el reciclaje	0,00	0,00	1,39
64 Servicios de intermediación financiera	0,00	0,00	0,42
89 Servicios de los hogares que emplean personal doméstico	0,00	0,00	0,38
80 Servicios sanitarios y veterinarios no de mercado	0,00	0,00	0,20
82 Servicios sociales no de mercado	0,00	0,00	0,14

FUENTE: Elaboración propia

Por el contrario, en el caso en el que un producto solo sea elaborado por el sector para el que éste es característico junto con el hecho de que dicho sector pudiera tener un elevado porcentaje de actividades secundarias, permite deducir razonablemente que dichas producciones principales son elaboradas con una tecnología distinta a la de producto si el sesgo es elevado. Tales son los casos, por ejemplo, de las producciones de cine, vídeo, radio y televisión y de los productos de la edición, impresos y material grabado.

Los otros servicios a las empresas se caracterizan por reunir ambas circunstancias, a saber, un 42,74% de la producción total del sector correspondiente es secundaria y el 41,45% de la producción total de dichos servicios son producidos por sectores distintos a éste.

Los hogares que emplean personal doméstico (116,2), los servicios sociales privados (40,2), las actividades industriales de limpieza (32,7), los otros servicios personales (31,9) y la educación privada (31,8) son los sectores que generan un mayor número de empleados en toda la economía por cada 600.000 euros de variación en las demandas finales de sus

respectivos productos característicos. Por el contrario, la industria metalúrgica (0,8), el refino de petróleo (2), las actividades inmobiliarias (2,1) y la industria química básica (2,2) son los sectores que menos empleo son capaces de generar en la economía por cada 600.000 euros de variación en las demandas finales de cada uno de sus productos principales.

En términos de los errores estándar de los multiplicadores de empleo estimados, nos encontramos con intervalos de confianza con diferentes grados de amplitud. Los hogares que emplean personal doméstico, la producción y distribución de energía eléctrica y las actividades sanitarias y veterinarias públicas tienen intervalos de confianza muy precisos. Por el contrario, los servicios técnicos de arquitectura, ingeniería, ensayos, etc., los servicios de investigación y seguridad y las actividades asociativas tienen un grado menor de precisión en sus intervalos de confianza. Obsérvese también que existen algunos sectores donde con un nivel de confianza del 95% se podría aceptar la hipótesis de que variaciones en la demanda final de sus productos respectivos no tengan repercusión en el empleo de una economía.

### 6.6.2. Multiplicadores de producción

El número total de establecimientos que se incluyen es idéntico al apartado anterior y los resultados se presentan en la Tabla 6.3.

El modelo ha sido estimado para 87 productos de igual manera que el apartado anterior. Del mismo modo, dicho modelo se estimó por mínimos cuadrados ordinarios, utilizando el estimador de White (White, 1980) para calcular la matriz

apropiada de varianzas y covarianzas de los estimadores de los coeficientes de regresión. No se encuentran problemas de autocorrelación y respecto a la multicolinealidad, resulta aplicable el mismo análisis realizado para los multiplicadores de empleo dado que seguimos trabajando con el mismo conjunto de variables explicativas. Así, el modelo arroja un coeficiente de determinación de 0,9993 con 3 coeficientes no significativos de un total de 87, a un nivel de confianza del 95%.

**Tabla 6.3. Multiplicadores de producción**

Descripción	Multiplicador estimado	Multiplicador (MIOAN95)	p valor	Límite inferior	Límite superior	
60	Servicios de transporte marítimo y fluvial	1,876	2,256	0,0000	1,731	2,021
85	Servicios de asociaciones	2,136	2,124	0,0000	1,911	2,361
14	Grasas y aceites	1,439	1,949	0,0000	1,335	1,544
13	Conservas de pescado y de vegetales	1,755	1,872	0,0000	1,557	1,952
7	Carbones minerales	0,724	1,799	0,0325	0,060	1,388
65	Servicios de seguros y planes de pensiones	1,711	1,740	0,0000	1,658	1,764
31	Cemento, cal, yeso y sus derivados	1,183	1,739	0,0000	1,001	1,365
18	Vinos y alcoholes	1,433	1,696	0,0000	1,349	1,518
73	Servicios de publicidad	1,046	1,680	0,0000	0,923	1,170
50	Trabajos de construcción y obras de ingenier. civil	1,353	1,670	0,0000	1,240	1,467
12	Productos de la industria cárnica	1,447	1,664	0,0000	1,240	1,654
28	Productos de la química básica (incluso agroquímicos)	1,206	1,621	0,0000	1,049	1,363
62	Servicios anexos a los transportes	1,106	1,607	0,0000	1,031	1,181
15	Productos lácteos	1,654	1,603	0,0000	1,380	1,929
11	Minerales no metálicos ni energéticos	1,523	1,562	0,0000	1,491	1,555
33	Productos de vidrio y de la piedra	1,299	1,546	0,0000	1,182	1,415
16	Harinas, pan, galletas y pasteles	1,201	1,534	0,0000	1,070	1,333
83	Servicios sociales de mercado	1,471	1,524	0,0000	1,442	1,499
57	Servicios de cafeterías, bares y restaurantes; provisión de comidas preparadas	1,355	1,523	0,0000	1,204	1,505
42	Embarcaciones y servicios de reparación	1,024	1,502	0,0000	0,999	1,049
46	Materiales para el reciclaje	1,346	1,493	0,0000	1,214	1,477
71	Servicios jurídicos, de contabilidad, etc.	2,465	1,477	0,0690	-0,191	5,121
59	Servicios en otros tipos de transporte terrestre y por tubería	1,422	1,465	0,0000	1,406	1,438
44	Muebles	1,210	1,464	0,0000	1,070	1,350
87	Otros servicios recreativos, culturales y deportivos	1,689	1,457	0,0000	1,651	1,727
49	Agua y servicios de distribución	1,293	1,448	0,0000	1,100	1,486
88	Otros servicios personales	1,385	1,443	0,0000	1,370	1,400
47	Energía eléctrica	1,072	1,434	0,0000	1,064	1,080
24	Madera, corcho y sus productos (excepto muebles)	0,679	1,431	0,0069	0,186	1,171
66	Servicios auxiliares de la intermediación financiera	1,421	1,431	0,0000	1,302	1,541
76	Otros servicios a las empresas	1,002	1,427	0,0300	0,097	1,906
19	Cerveza y bebidas no alcohólicas	1,309	1,417	0,0000	1,204	1,414
32	Prodts. cerámicos, azulejos, ladrillos y otras tierras cocidas para la construcción	1,182	1,415	0,0000	1,089	1,275
86	Servicios de cine, vídeo, radio y televisión	2,097	1,411	0,0000	1,937	2,256

CONTINÚA →

**Tabla 6.3. Multiplicadores de producción**

CONTINUACIÓN

	Descripción	Multiplicador estimado	Multiplicador (MIOAN95)	p valor	Límite inferior	Límite superior
72	Servicios técnicos de arquitectura e ingeniería, ensayos, etc.	1,156	1,409	0,0000	0,784	1,528
17	Otros productos alimenticios	1,300	1,402	0,0000	1,070	1,530
55	Servicios de comercio al por menor y reparación de efectos personales y domésticos	0,917	1,391	0,0000	0,785	1,049
51	Trabajos de preparación y acabado de edificios y obras	1,352	1,374	0,0000	1,336	1,368
45	Otros artículos manufacturados	1,340	1,367	0,0000	1,319	1,362
23	Cuero preparado, artículos de cuero y calzado	1,177	1,366	0,0000	1,070	1,284
10	Minerales metálicos	1,337	1,365	0,0000	1,291	1,383
4	Productos de la ganadería y de la caza	1,325	1,357	0,0000	1,307	1,343
37	Maquinaria de oficina y equipo informático	1,296	1,352	0,0000	1,281	1,310
84	Servicios de saneamiento público	1,165	1,346	0,0000	1,095	1,235
22	Prendas de vestir; prendas de piel	1,165	1,336	0,0000	0,969	1,361
56	Servicios hoteleros y de alojamiento en otros tipos de hospedaje	1,264	1,329	0,0000	1,146	1,383
1	Hortalizas y frutas	1,266	1,323	0,0000	1,253	1,280
77	Servicios de administración pública, defensa y seguridad social obligatoria	1,309	1,317	0,0000	1,286	1,332
25	Papel y productos de papel	1,117	1,314	0,0000	1,040	1,193
61	Servicios de transporte aéreo	1,321	1,304	0,0000	1,180	1,461
52	Servicios de comercio de vehículos y carburantes	-0,168	1,295	0,5752	- 0,757	0,420
30	Productos de caucho y productos plásticos	0,921	1,290	0,0000	0,760	1,082
21	Productos textiles	1,273	1,289	0,0000	1,260	1,286
29	Otros productos químicos	1,031	1,287	0,0000	0,959	1,103
79	Servicios de educación de mercado	1,193	1,284	0,0000	1,141	1,245
36	Maquinaria y equipo mecánico	1,266	1,284	0,0000	1,241	1,290
35	Productos metálicos, excepto maquinaria y equipo	1,040	1,272	0,0000	0,928	1,151
3	Otros productos de la agricultura y servicios agrarios	1,226	1,264	0,0000	1,216	1,235
5	Productos de la silvicultura y servicios relacionados	1,224	1,262	0,0000	1,212	1,235
54	Servicios de comercio al por mayor e intermediarios	0,593	1,253	0,0000	0,345	0,840
58	Servicios de transporte por ferrocarril	1,220	1,252	0,0000	1,202	1,238
27	Productos del refino de petróleo	1,271	1,245	0,0000	1,233	1,309
26	Productos de la edición, impresos y material grabado	0,507	1,243	0,1699	-0,217	1,231
41	Vehículos de motor, remolques y semirremolques	1,318	1,243	0,0000	1,142	1,494
68	Servicios de alquiler de maquinaria, equipos y otros efectos	1,151	1,236	0,0000	1,053	1,250
53	Servicios de reparación de vehículos de motor	1,197	1,232	0,0000	1,186	1,207
43	Otro material de transporte	1,032	1,232	0,0000	1,000	1,065
69	Servicios de informática	1,597	1,231	0,0001	0,796	2,398
6	Pescados y otros productos de la pesca	1,163	1,230	0,0000	1,003	1,323
81	Servicios sanitarios y veterinarios de mercado	1,214	1,208	0,0000	1,169	1,259
39	Material electrónico y equipos de radio y televisión	1,170	1,202	0,0000	1,154	1,186
34	Productos de metalurgia	1,058	1,200	0,0000	1,015	1,101
82	Servicios sociales no de mercado	1,178	1,195	0,0000	1,171	1,185
64	Servicios de intermediación financiera	1,183	1,193	0,0000	1,153	1,212
2	Productos de la viña y del olivar	1,142	1,179	0,0000	1,133	1,151
20	Tabaco manufacturado	1,117	1,159	0,0000	0,958	1,276
38	Maquinaria y material eléctrico	1,045	1,156	0,0000	1,007	1,083
40	Equipo médico y aparatos de precisión, óptica, etc.	1,043	1,155	0,0000	0,975	1,111
48	Gas manufacturado y servicios de distribución; hielo	1,050	1,147	0,0000	0,855	1,245

CONTINÚA →

**Tabla 6.3. Multiplicadores de producción**

CONTINUACIÓN

Descripción	Multiplicador estimado	Multiplicador (MIOAN95)	p valor	Límite inferior	Límite superior
63 Servicios de correos y telecomunicaciones	1,069	1,145	0,0000	1,062	1,075
80 Servicios sanitarios y veterinarios no de mercado	1,130	1,142	0,0000	1,126	1,135
75 Servicios de limpieza industrial	1,104	1,110	0,0000	1,078	1,129
74 Servicios de investigación y seguridad	1,227	1,094	0,0000	0,801	1,654
67 Servicios inmobiliarios	1,082	1,088	0,0000	1,066	1,097
70 Servicios de investigación y desarrollo	1,076	1,086	0,0000	1,049	1,102
78 Servicios de educación no de mercado	1,027	1,051	0,0000	1,009	1,045
89 Servicios de los hogares que emplean personal doméstico	1,000	1,000	0,0000	1,000	1,000

FUENTE: Elaboración propia

En el caso de los multiplicadores de producción se pueden extraer idénticas conclusiones a las del apartado anterior, que son las siguientes: (a) en general, los multiplicadores calculados a partir de las matrices de origen y destino publicadas por el IEA están sobreestimados y no infraestimados; y (b) existe, generalmente, una relación positiva entre el sesgo de los multiplicadores de producción y las producciones secundarias de una economía.

En primer lugar, en un total de 73 de 87 productos los multiplicadores de producción estimados son sistemáticamente inferiores a los obtenidos con las matrices de origen y destino publicadas por el IEA. Por el contrario, solo 11 productos tienen multiplicadores de producción superiores. Recuérdese que estos resultados no deben contradecir los teóricos propuestos por Simonovits (1975) ya que parten de supuestos distintos. Además, se pueden encontrar conclusiones similares en Dietzenbacher (1995) y Roland-Holst (1989).

En segundo lugar, tal como muestra la Tabla 6.4 y en consonancia con el análisis realizado para los multiplicadores de empleo, aquellos sectores en los que las actividades secundarias representan un porcentaje importante o bien, aquellos productos que son elaborados en gran medida por el resto de sectores de la economía, distintos del que se consideraría como característico, son lo que conllevan un mayor sesgo, medido éste como la

diferencia entre los estimadores hallados por el modelo y los calculados con la información publicada por el IEA.

Las actividades asociativas; las producciones de cine, vídeo, radio y televisión; el transporte marítimo y fluvial; la industria conservera de pescado, vegetales, frutas y hortalizas así como el sector de seguros son los sectores que arrojan mayores multiplicadores de producción. En cambio, el comercio mayorista y minorista así como la industria de la madera, corcho y sus productos (excepto muebles) y las industrias extractivas de carbones minerales son los que menores valores arrojan.

En términos de los errores estándar de los multiplicadores de producción estimados, nos encontramos con intervalos de confianza de diferentes grados de amplitud. Los otros servicios a las empresas, las actividades informáticas y las industrias extractivas de carbones minerales tienen intervalos de confianza poco precisos. Por el contrario, los hogares que emplean personal doméstico, las actividades sanitarias y veterinarias públicas y el sector de correos y telecomunicaciones poseen un grado mayor de precisión. Obsérvese también que existen algunos sectores donde con un nivel de confianza del 95% se podría aceptar la hipótesis de que variaciones en la demanda final de sus productos respectivos no tengan repercusión en la producción de una economía.

**Tabla 6.4. Producciones secundarias y sesgo de multiplicadores de producción**

Descripción	Respecto a sector (%)	Respecto a producto (%)	Sesgo estimado (valor absoluto)
73 Servicios de publicidad	3,17	81,91	0,634
76 Otros servicios a las empresas	42,74	41,45	0,425
69 Servicios de informática	12,77	40,30	0,366
86 Servicios de cine, vídeo, radio y televisión	43,97	3,59	0,686
87 Otros servicios recreativos, culturales y deportivos	35,32	4,11	0,233
84 Servicios de saneamiento público	1,66	36,41	0,181
71 Servicios jurídicos, de contabilidad, etc.	12,83	19,88	1,477
26 Productos de la edición, impresos y material grabado	28,24	1,68	1,243
56 Servicios hoteleros y de alojamiento en otros tipos de hospedaje	26,33	3,31	0,064
10 Minerales metálicos	28,18	0,00	0,028
15 Productos lácteos	5,63	21,72	0,051
85 Servicios de asociaciones	25,80	0,00	0,012
6 Pescados y otros productos de la pesca	24,74	0,01	0,067
49 Agua y servicios de distribución	6,53	18,19	0,155
61 Servicios de transporte aéreo	19,85	0,00	0,016
29 Otros productos químicos	15,43	3,64	0,256
3 Otros productos de la agricultura y servicios agrarios	2,87	15,94	0,039
74 Servicios de investigación y seguridad	1,61	16,71	0,134
17 Otros productos alimenticios	12,62	4,77	0,102
59 Servicios en otros tipos de transporte terrestre y por tubería	1,66	15,56	0,043
13 Conservas de pescado y de vegetales	3,80	12,54	0,118
52 Servicios de comercio de vehículos y carburantes	14,79	0,04	1,295
5 Productos de la selvicultura y servicios relacionados	6,00	7,65	0,039
51 Trabajos de preparación y acabado de edificios y obras	9,43	4,12	0,022
79 Servicios de educación de mercado	10,46	1,20	0,091
4 Productos de la ganadería y de la caza	1,42	10,17	0,032
12 Productos de la industria cárnica	7,98	2,35	0,217
28 Productos de la química básica (incluso agroquímicos)	2,19	7,20	0,414
72 Servicios técnicos de arquitectura e ingeniería, ensayos, etc.	0,52	8,85	0,253
57 Servicios de cafeterías, bares y restaurantes; provisión de comidas preparadas	1,20	7,49	0,169
18 Vinos y alcoholes	7,76	0,88	0,263
53 Servicios de reparación de vehículos de motor	1,97	6,40	0,035
62 Servicios anexos a los transportes	4,41	3,22	0,501
77 Servicios de administración pública, defensa y seguridad social obligatoria	7,62	0,00	0,008
16 Harinas, pan, galletas y pasteles	3,31	4,00	0,333
63 Servicios de correos y telecomunicaciones	1,05	5,17	0,076
36 Maquinaria y equipo mecánico	4,20	1,85	0,018
30 Productos de caucho y productos plásticos	3,21	2,43	0,369
11 Minerales no metálicos ni energéticos	3,44	2,19	0,039
67 Servicios inmobiliarios	0,87	4,71	0,007
21 Productos textiles	4,13	1,42	0,016
37 Maquinaria de oficina y equipo informático	0,21	5,01	0,057
2 Productos de la viña y del olivar	5,08	0,11	0,037
50 Trabajos de construcción y obras de ingeniería civil	1,78	3,42	0,317
55 Servicios de comercio al por menor y reparación de efectos personales y domésticos	4,54	0,64	0,474
54 Servicios de comercio al por mayor e intermediarios	1,19	3,88	0,660
68 Servicios de alquiler de maquinaria, equipos y otros efectos	3,00	2,05	0,084

CONTINÚA →

**Tabla 6.4. Producciones secundarias y sesgo de multiplicadores de producción**

CONTINUACIÓN

Descripción	Respecto a sector (%)	Respecto a producto (%)	Sesgo estimado (valor absoluto)
25 Papel y productos de papel	2,54	2,33	0,197
35 Productos metálicos, excepto maquinaria y equipo	1,18	3,59	0,232
14 Grasas y aceites	3,70	1,03	0,509
88 Otros servicios personales	0,35	3,97	0,058
83 Servicios sociales de mercado	2,82	1,49	0,053
32 Prods. cerámicos, azulejos, ladrillos y otras tierras cocidas para la construcción	1,49	2,57	0,234
19 Cerveza y bebidas no alcohólicas	0,71	3,28	0,108
38 Maquinaria y material eléctrico	0,75	3,08	0,111
24 Madera, corcho y sus productos (excepto muebles)	2,81	0,97	0,752
7 Carbones minerales	3,58	0,00	1,075
23 Cuero preparado, artículos de cuero y calzado	2,88	0,52	0,190
27 Productos del refino de petróleo	2,86	0,48	0,026
44 Muebles	0,54	2,71	0,254
1 Hortalizas y frutas	3,01	0,21	0,057
31 Cemento, cal, yeso y sus derivados	2,07	1,13	0,557
45 Otros artículos manufacturados	1,64	1,51	0,027
39 Material electrónico y equipos de radio y televisión	3,13	0,02	0,032
40 Equipo médico y aparatos de precisión, óptica, etc.	1,09	1,77	0,112
43 Otro material de transporte	2,57	0,19	0,199
33 Productos de vidrio y de la piedra	1,24	1,40	0,247
58 Servicios de transporte por ferrocarril	2,58	0,00	0,032
42 Embarcaciones y servicios de reparación	2,33	0,22	0,478
47 Energía eléctrica	1,82	0,57	0,362
34 Productos de metalurgia	2,13	0,23	0,142
41 Vehículos de motor, remolques y semirremolques	1,43	0,37	0,075
75 Servicios de limpieza industrial	1,37	0,28	0,006
22 Prendas de vestir; prendas de piel	1,42	0,16	0,171
48 Gas manufacturado y servicios de distribución; hielo	1,11	0,21	0,097
66 Servicios auxiliares de la intermediación financiera	0,05	0,65	0,010
81 Servicios sanitarios y veterinarios de mercado	0,32	0,09	0,006
78 Servicios de educación no de mercado	0,18	0,00	0,024
70 Servicios de investigación y desarrollo	0,04	0,00	0,011
60 Servicios de transporte marítimo y fluvial	0,00	0,00	0,380
46 Materiales para el reciclaje	0,00	0,00	0,148
20 Tabaco manufacturado	0,00	0,00	0,042
65 Servicios de seguros y planes de pensiones	0,00	0,00	0,029
82 Servicios sociales no de mercado	0,00	0,00	0,017
80 Servicios sanitarios y veterinarios no de mercado	0,00	0,00	0,012
64 Servicios de intermediación financiera	0,00	0,00	0,010
89 Servicios de los hogares que emplean personal doméstico	0,00	0,00	0,000

FUENTE: Elaboración propia

## 6.7. Conclusiones

El cálculo de coeficientes técnicos es objeto de análisis por parte de dos cuerpos de literatura diferentes. Por un lado, la construcción de una matriz de coeficientes técnicos está ligada a las matrices de origen y destino tanto desde un punto de vista determinístico como estocástico. Por otro lado, la aleatoriedad se ha venido imponiendo tradicionalmente sobre los coeficientes técnicos en virtud de determinados supuestos estocásticos, desarrollándose, posteriormente, estudios de impacto por medio de la matriz inversa de Leontief. No obstante, estos multiplicadores parecen no ser insesgados de acuerdo con Simonovits (1975). Es más, se asume generalmente que la matriz inversa de Leontief calculada a partir de las matrices de origen y destino infraestiman los multiplicadores input-output.

En este capítulo no hemos impuesto ningún tipo de aleatoriedad sobre los coeficientes técnicos. Hemos retrocedido a los datos sobre consumos intermedios y producciones por establecimientos que subyacen no a los coeficientes técnicos mismos, sino a las matrices de origen y destino que sirven para su construcción. La propia información originaria de los establecimientos sobre sus producciones y consumos intermedios serán el punto de partida para configurar un modelo econométrico lineal que solo suponga las hipótesis usuales al respecto. Este trabajo centra este nuevo enfoque sobre la base de las matrices de origen y destino con el objetivo de encontrar un método que, haciendo uso del conocimiento actual sobre econometría lineal, obtenga estimadores lineales, insesgados y consistentes de los multiplicadores input-output. En el caso de los multiplicadores de producción y empleo, hemos demostrado que nuestros resultados no están ni infra- ni sobreestimados y que se pueden comportar conforme a una distribución normal. La más que desconocida distribución teórica de los multiplicadores de producción y empleo, asumiendo aleatoriedad tanto en el número de empleados y producciones como en los consumos intermedios y producciones por establecimientos (que conduciría a una simulación de Monte Carlo), se acaba convirtiendo en una distribución normal enmarcada dentro de un modelo de regresión lineal múltiple, que relaciona

directamente los multiplicadores con los elementos de las matrices de origen y destino individualizados por establecimientos. Obsérvese que ya no es necesario construir una matriz inversa de Leontief para calcular multiplicadores. Por último, nuestros resultados finales para la economía andaluza nos dan evidencia de que en la mayoría de los casos los multiplicadores obtenidos con las matrices de origen y destino publicadas no están infraestimados, sino todo lo contrario.

Asimismo, las producciones secundarias juegan un papel importante en el sesgo que se produce en los multiplicadores obtenidos con las matrices de origen y destino publicadas por el IEA. Efectivamente, cuanto más relevancia tengan las producciones secundarias en una economía, tanto sobre la producción total de cada sector y/o producto, tanto mayor puede ser, en general, el error cometido en la estimación del impacto sobre el empleo o la producción de una variación en la demanda final.

En resumen, los institutos de estadística oficiales dedican parte de sus esfuerzos a combinar las matrices de origen y destino para construir tablas input-output simétricas y matrices de coeficientes técnicos. Después, la comunidad científica especializada se encargará de invertir la matriz de Leontief para calcular los multiplicadores de producción, renta y empleo de una economía. Tanto el proceso de construcción de una matriz de coeficientes técnicos como el cálculo de multiplicadores (a través de la matriz inversa de Leontief) son dos operaciones no lineales que no han sido tratadas de manera conjunta y que representaban complejos problemas de transmisión de errores. En este capítulo se muestra como nueva contribución que, a partir de la información suministrada por los establecimientos sobre producciones y consumos intermedios, es posible calcular estimadores insesgados y consistentes de los multiplicadores input-output de producción y empleo así como sus intervalos de confianza, sin necesidad de calcular previamente una matriz de coeficientes técnicos ni la correspondiente matriz inversa de Leontief. Estos resultados pueden ser de utilidad para aquellos investigadores que pretendan calcular la capacidad de generación de empleo y producción de la economía andaluza.





# Conclusiones generales

El análisis input-output está cambiando notablemente en las últimas décadas. Existen cada vez más aportaciones que soslayan la utilización de coeficientes técnicos para estudiar problemas económicos o realizar análisis de economía aplicada. Se pueden analizar, por ejemplo, la eficiencia de una economía (ten Raa y Mohnen, 1994), estimar la ventaja comparativa de una economía frente a otras (ten Raa y Mohnen, 2001), medir el cambio tecnológico e identificar los sectores que originan mejoras de productividad (Mohnen, ten Raa y Bourque, 1997) o descomponer un aumento de la misma entre cambio tecnológico y mejoras de eficiencia (ten Raa y Mohnen, 2002). Este trabajo añade a la lista una aplicación más: el cálculo de multiplicadores insesgados y consistentes de empleo y producción para una economía.

Las ventajas de estos nuevos enfoques radican en que sortean diversas problemáticas que a lo largo de los últimos tiempos ha generado una gran cantidad de literatura y que han sido revisadas en este trabajo. En primer lugar, la introducción de las matrices de origen y destino dentro del marco contable general del análisis input-output provoca que para la construcción de una matriz de coeficientes técnicos se deban tratar las producciones secundarias e imponer algún tipo de estructuras de consumos intermedios preconcebidas: tecnología de producto, tecnología de sector, etc. No obstante, queda demostrado en Kop Jansen y ten Raa (1990) que la tecnología de producto, en un contexto axiomático, es una hipótesis teóricamente superior a todas las planteadas en la literatura existente. Aún más, este trabajo añade que con ciertas restricciones sobre las matrices de origen y destino solo algunos métodos mejoran el grado de cumplimiento de los axiomas propuestos. Sin embargo, este resultado no es concluyente puesto que para aplicarlo se necesita no solo que tengamos el mismo número de sectores que de productos sino que tratemos los coeficientes técnicos negativos resultantes. Con este objetivo, se han elaborado numerosos procedimientos estadísticos y matemáticos que han tenido un éxito desigual y que ya han sido desarrollados y revisados anteriormente. A menudo, los procedimientos matemáticos empleados se alejan demasiado de la realidad económica que se quiere analizar.

En cambio, estas nuevas contribuciones que prescinden de matrices de coeficientes técnicos y que se inician a partir de los años noventa principalmente, no requieren matrices de origen y destino cuadradas (se pueden utilizar matrices rectangulares con distinto número de productos y sectores) ni matrices de coeficientes técnicos, ventajas que ponen de manifiesto la cuestión de abordar primero la necesidad de utilizar coeficientes técnicos antes de realizar el análisis correspondiente. Como ejemplo, este trabajo pone de manifiesto cómo el análisis de multiplicadores de producción y empleo puede llevarse a cabo sin la matriz inversa de Leontief. Esto es, con matrices rectangulares de origen (y destino) con tantas filas (y columnas) como establecimientos obtengamos en la muestra y con tantas columnas (y filas) como número de productos haya, no sólo es posible estimar multiplicadores de producción y empleo por cada producto en una economía sino que además es posible garantizar que éstos sean insesgados y consistentes, soslayando también así el problema de la insesgadez y el desconocimiento de la distribución probabilística de la matriz inversa de Leontief.

En general, las producciones secundarias de una economía tienen especial relevancia sobre el sesgo que se produce al estimar multiplicadores de producción y empleo con matrices cuadradas de origen y destino publicadas oficialmente. En tanto que la proporción de actividades secundarias sobre la producción total de un sector sea mayor, mayor será el sesgo. En tanto que el resto de sectores de una economía tengan una elevada participación en la producción total de un producto determinado, mayor será también el sesgo.

En definitiva, si se quiere proporcionar una guía de actuación dentro del análisis económico respecto del uso de matrices de coeficientes técnicos, podemos decir que en primer lugar se debe cuestionar su necesidad real a la hora de abordar el estudio que se pretenda realizar. En el caso de que el análisis pudiera llevarse a cabo a partir de matrices de origen y destino rectangulares (con un número de sectores distinto al número de productos) sería más aconsejable no calcular coeficientes técnicos dados los problemas que éstos implican desde los ámbitos teórico y práctico. No obstante, existen otras cuestiones económicas que

requieren inexcusablemente una matriz de coeficientes técnicos para abordarlas. Esto es, tanto si queremos investigar cuáles son los sectores que funcionan como verdaderos motores de una economía en términos de crecimiento de la productividad (ten Raa y Wolff, 2000) como si se pretende estudiar las diferencias tradicionales de productividad entre sectores industriales y de servicios (ten Raa y Wolff, 2001) es necesario recurrir a una matriz de coeficientes técnicos, con los consiguientes problemas metodológicos en el caso de que se asuma la hipótesis de tecnología de producto.

En el caso pues de que hubiera que estimar una matriz de coeficientes técnicos se debería, en primer lugar, realizar un cálculo preliminar con las matrices de origen y destino obtenidas a partir de la información suministrada por los establecimientos encuestados, asumiendo la hipótesis de tecnología de producto. Desde un punto de vista teórico, el modelo de tecnología de producto es superior a otros métodos de tratamiento de producciones secundarias (Kop Jansen y ten Raa, 1990). Asimismo, tal como muestran Steenge (1990) y Konijn (1994), es teóricamente posible encontrar una matriz de coeficientes técnicos no negativos que sea consistente con el sistema de matrices de origen y destino disponible. Además, también desde un punto de vista empírico y según el contraste empleado en Matthey y ten Raa (1997) con información a nivel de establecimientos sobre consumos y producciones, la hipótesis de tecnología de producto resulta ser una hipótesis útil de trabajo.

Por todo ello, una vez estimada la matriz tecnológica sobre la base de la hipótesis de tecnología de producto, parecería lo más razonable y deseable utilizar seguidamente métodos de localización de errores de medida o los elementos negativos resultantes como indicadores de errores de medida y/o problemas de agregación para, a continuación, resolverlos de tal modo que la hipótesis de tecnología de producto no arroje coeficientes técnicos menores que cero. También es deseable reducir al mínimo la utilización del modelo de tecnología de sector aunque en determinados casos pudiera ser que fuera la hipótesis más acorde con la realidad (ej. subproductos). Para el caso de la economía andaluza se ha desarrollado en este trabajo un análisis pormenorizado de los coeficientes negativos resultantes para identificar potenciales fuentes de error, problemas de clasificación de productos o la presencia de tecnologías diferentes en la producción de un mismo bien o servicio. Dicho análisis pretende ser útil para el cometido de los técnicos encargados de futuros marcos input-output en Andalucía.

En resumen, la contribución principal que aporta este trabajo es la de proporcionar una evidencia más de que otro análisis input-output es posible en la ausencia de matrices de coeficientes técnicos. Con este enfoque no existen problemas en el tratamiento de producciones secundarias para la construcción de matrices de coeficientes técnicos, no existen coeficientes técnicos negativos y se pueden trabajar con matrices de origen y destino rectangulares.

# Referencias bibliográficas

- AGENCIA DE PROTECCIÓN MEDIOAMBIENTAL DE LOS ESTADOS UNIDOS (1997): *Guiding principles for Monte Carlo analysis*. Documento EPA/630/R-97/001. Washington DC: EPA.
- ALMON, CLOPPER (1970): "Investment in Input-Output Models and the Treatment of Secondary Products," capítulo 5 en *Applications of Input-Output Analysis*, ed. por Anne P. Carter y Andrew Brôdy. Amsterdam: North-Holland.
- ALMON, CLOPPER (1991): "The INFORUM Approach to Interindustry Modelling," *Economic Systems Research*, 3, 1-8.
- ALMON, CLOPPER (1998): "How to Make a Product-to-Product Input-Output Table," ponencia presentada en la XII Conferencia Internacional sobre Técnicas Input-Output. Nueva York: Estados Unidos.
- ALMON, CLOPPER (2000): "Product-to-Product Tables Via Product Technology With No Negative Flows," *Economic Systems Research*, 12, 27-43.
- AMEMIYA, TAKHESI (1994): *Introduction to Statistics and Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.
- ARMSTRONG, A.G. (1975): "Technology Assumptions in the Construction of United Kingdom Input-Output Tables," capítulo 5 en *Estimating and Updating Input-Output Coefficients*, ed. por R. I. G. Allen y W. F. Gosling. Londres: Input-Output Publishing Co.
- AULIN-AHMAVAARA, PIRKKO (2002): "SNA-93 Input-Output Tables as an Accounting Framework for TFP-measurement," ponencia presentada en la XIV Conferencia Internacional sobre Técnicas Input-Output. Montreal: Canadá.
- AVONDS, LUC Y ALBERT GILOT (2002): "The New Belgian Input-Output Table. General Principles," ponencia presentada en la XIV Conferencia Internacional sobre Técnicas Input-Output. Montreal: Canadá.
- BALTAGI, BADI H. (1999): *Econometrics*. Berlin: Springer.
- BARKER, TERRY, VAN DER PLOEG, FREDERICK Y MARTIN WEALE (1984): "A Balanced System of National Accounts for the United Kingdom," *Review of Income and Wealth*, 30, 461-485.
- BRAIBANT, MICHEL (2002): "Transformation of Supply and Use Tables to Symmetric Input-Output Tables," ponencia presentada en la XIV Conferencia Internacional sobre Técnicas Input-Output. Montreal: Canadá.
- BRIGGS, F. E. A. (1957): "On Problems of Estimation in Leontief Models," *Econometrica*, 25, 444-455.
- BROWN, DOUGLAS M. Y FRANK GIARRATANI (1979): "Input-Output as a Simple Econometric Model: a Comment," *The Review of Economics and Statistics*, 61, 621-623.
- BULLARD, CLARK W. Y ANTHONY V. SEBALD (1988): "Monte Carlo Sensitivity Analysis of Input-Output Models," *The Review of Economics and Statistics*, 70, 708-712.
- BULMER-THOMAS, VICTOR (1982): *Input-Output Analysis in Developing Countries: Sources, Methods and Applications*. Chichester: John Wiley and Sons, Inc.
- CHRIST, CARL F. (1955): "A Review of Input-Output Analysis," en *Input-Output Analysis: An Appraisal*, ed. por National Bureau of Economic Research: Studies in Income and Wealth, 18, 137-169. Princeton: Princeton University Press.
- CIASCHINI, MAURIZIO (1988): *Input-Output Analysis. Current Developments*. Londres: Chapman and Hall.
- COMISIÓN ESTADÍSTICA DE LAS NACIONES UNIDAS (1967): *Proposals for the revision of SNA, 1952*. Documento E/CN.3/356.
- CRESSY, ROBERT C. (1976): "Commodity and Industry Technology: Symbols and Assumptions," *The Manchester School*, 44.
- CZAMANSKI, STAN Y EMIL E. MALIZIA (1969): "Applicability and Limitations in the Use of National Input-Output Tables for Regional Studies," *Papers of the Regional Science Association*, 23, 65-77.
- DALGAARD, ESBEN Y CHRISTIAN GYSTING (2002): "An Algorithm for Balancing Commodity-Flow Systems," ponencia presentada en la XIV Conferencia Internacional sobre Técnicas Input-Output. Montreal: Canadá.
- DE MESNARD, LOUIS (2002): "On the Consistency of Commodity-Based Technology in the Make-Use Model: An Economic-Circuit Approach," ponencia presentada en la XIV Conferencia Internacional sobre Técnicas Input-Output. Montreal: Canadá.
- DIETZENBACHER, ERIK (1990): "The Sensitivity of Input-Output Multipliers," *Journal of Regional Science*, 30, 239-258.
- DIETZENBACHER, ERIK (1991): *Perturbations and Eigenvectors*. Tesis Doctoral. Groningen: Países Bajos.

- DIETZENBACHER, ERIK (1995): "On the Bias of Multiplier Estimates," *Journal of Regional Science*, 35, 377-390.
- DIVAY, JEAN FRANÇOIS Y FRANÇOIS MEUNIER (1982): "Two Methods of Elaborating Input-Output Tables," en *Compilation of Input-Output Tables*, ed. por Jiri V. Skolka, 189-234. Berlín: Springer-Verlag.
- EDMONSTON, J. HARVEY (1952): "A Treatment of Multiple-Process Industries," *Quarterly Journal of Economics*, 66, 557-571.
- EUROSTAT (1979): *European System of Integrated Economic Accounts*. Luxemburgo: EUROSTAT.
- EUROSTAT (1996): *Sistema Europeo de Cuentas SEC-1995*. Luxemburgo: Oficina de Publicaciones Oficiales de las Comunidades Europeas.
- EUROSTAT (2002): *The ESA-95 Input-Output Manual. Compilation and Analysis*. Luxemburgo: EUROSTAT.
- EVANS, MERRAN, HASTINGS, NICHOLAS Y BRIAN PEACOCK (2000): *Statistical Distributions*. Nueva York: John Wiley and Sons Inc.
- EVANS, W. DUANE (1954): "The Effect of Structural Matrix Errors on Interindustry Relations Estimates," *Econometrica*, 22, 461-480.
- FLÅM, SJUR D. Y LARS THORLUND-PETERSEN (1985): "Underestimation in the Leontief Model," *Economic Letters*, 18, 171-174.
- FRANCES, PHILIP HANS (2002): *A Concise Introduction to Econometrics: an Intuitive Guide*. Cambridge: Cambridge University Press.
- FUKUI, YUKIO Y EUGENE SENETA (1985): "A Theoretical Approach to the Conventional Treatment of Joint Product in Input-Output Tables," *Economic Letters*, 18, 175-179.
- GARHART, ROBERT JR. (1985): "The Role of Error Structure in Simulations on Regional Input-Output Analysis," *Journal of Regional Science*, 25, 353-366.
- GERKING, SHELBY D. (1976a): *Estimation of Stochastic Input-Output Models*. Leiden: Martinus Nijhoff Social Sciences Division.
- GERKING, SHELBY D. (1976b): "Input-Output as a Simple Econometric Model," *The Review of Economics and Statistics*, 58, 274-282.
- GERKING, SHELBY D. (1976c): "Reconciling "Rows Only" and "Columns Only" Coefficients in an Input-Output Model," *International Regional Science Review*, 1, 30-46.
- GERKING, SHELBY D. (1979a): "Reconciling Reconciliation Procedures in Regional Input-Output Analysis," *International Regional Science Review*, 4, 23-36.
- GERKING, SHELBY D. (1979b): "Input-Output as a Simple Econometric Model: Reply," *The Review of Economics and Statistics*, 61, 623-626.
- GERKING, SHELBY D. Y S. PLEETER (1977): "Minimum Variance Sampling in Input-Output Analysis," *Review of Regional Studies*, 7, 60-80.
- GIARRATANI, FRANK (1986): "Evidence on the Structure of Errors," ponencia presentada en la Sección Británica de la Asociación de Ciencia Regional. Bristol: Reino Unido.
- GIGANTES, TERRY (1970): "The Representation of Technology in Input-Output Systems," capítulo 14 en *Contributions to Input-Output Analysis*, ed. por Anne P. Carter y Andrew Bródy. Amsterdam: North-Holland.
- GOLDBERGER, ARTHUR S. (2000): *A Course in Econometrics*. Cambridge: Harvard University Press.
- GREEN, WILLIAM H. (1999): *Análisis Económico*. Madrid: Prentice-Hall.
- GUERRERO CASAS, FLOR M. Y VÁZQUEZ CUETO, MARÍA J. (1998): *Manual de Álgebra Lineal para la Economía y Empresa*. Madrid: Pirámide.
- GUJARATI, DAMODAR N. (2001): *Econometría Básica*. Santa Fe de Bogotá: McGraw-Hill.
- GUO, JIEMIN, LAWSON ANN M. Y MARK A. PLANTING (2002): "From Make-Use to Symmetric I-O Tables: an Assessment of Alternative Technology Assumptions," ponencia presentada en la XIV Conferencia Internacional sobre Técnicas Input-Output. Montreal: Canadá.
- HANSEMAN, DENNIS J. (1982): "Stochastic Input-Output Analysis: a Simulation Study," *Environment and Planning A*, 14, 1425-1435.
- HANSEMAN, DENNIS J. Y ELIZABETH F. GUSTAFSON (1981): "Stochastic Input-Output Analysis," *The Review of Economics and Statistics*, 63, 468-470.
- HAWKINS, DAVID Y HERBERT A. SIMON (1949): "Note: Some Conditions of Macroeconomic Stability," *Econometrica*, 17, 245-248.
- HOLUB, HANS WERNER Y GOTTFRIED TAPPEINER (1989): "Structural Consequences of Different Models of Transformation in the SNA," en *Compilation of Input-Output Data*, ed. por Alfred Franz y Norbert Rainer. Viena: Orac.
- INSTITUTO DE ESTADÍSTICA DE ANDALUCÍA (1995): *Contabilidad Regional y Tablas Input-Output de Andalucía 1990. Análisis de resultados*. Sevilla: IEA. 2 vols.
- INSTITUTO DE ESTADÍSTICA DE ANDALUCÍA (1999): *Sistema de Cuentas Económicas de Andalucía. Marco Input-Output 1995*. Sevilla: IEA. 2 vols.
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA (1993): *Clasificación Nacional de Actividades Económicas 1993 (CNAE93)*. Madrid: INE.
- JACKSON, RANDALL W. Y GUY R. WEST (1989): "Perspectives on Probabilistic Input-Output Analysis," capítulo 15 en *Frontiers of Input-Output Analysis*, ed. por Ronald E. Miller, Karen R. Polenske y Adam Z. Rose. Nueva York: Oxford University Press.
- JOHNSTON, JACK Y DINARDO, JOHN (1997): *Econometric Methods*. Madrid: McGraw-Hill.
- JUHUANG, HE (1990): "A Method of Deriving Input-Output Coefficients Under the Assumption of Mixed Technology," *Economic Systems Research*, 2, 43-46.
- KLEIN, LAWRENCE R. (1989): "Econometric Aspects of Input-Output Analysis," capítulo 1 en *Frontiers of Input-Output Analysis*, ed. por Ronald E. Miller, Karen R. Polenske y Adam Z. Rose. Nueva York: Oxford University Press.
- KMENTA, JAN (1985): *Elementos de Econometría*. Barcelona: Vicens Vives.
- KONIJN, PAULUS J. A. (1991): "Aggregation in the Commodity Technology Model," *Österreichische Zeitschrift für Statistik und Informatik*, 21, 39-56.
- KONIJN, PAULUS J. A. (1994): *The Make and Use of Commodities by Industries: on the Compilation of Input-Output Data from the National Accounts*. Enschede: Facultad de Administración Pública y Política Pública, Universidad de Twente.
- KONIJN, PAULUS J. A. Y ALBERT E. STEENGE (1995): "Compilation of Input-Output Data from the National Accounts," *Economic Systems Research*, 7, 31-45.

- KOP JANSEN, PIETER S. M. (1994): "Analysis of Multipliers in Stochastic Input-Output Models," *Regional Science and Urban Economics*, 24, 55-74.
- KOP JANSEN, PIETER S. M. Y THIJS TEN RAA (1990): "The Choice of Model in the Construction of Input-Output Coefficients Matrices," *International Economic Review*, 31, 213-227.
- KURABAYASHI, YOSHIMASA (1989): "Reconciliation of the Input-Output Tables with SNA and its Implications in Technology Assumptions," en *Compilation of Input-Output Data*, ed. por Alfred Franz y Norbert Rainer. Viena: Orac.
- KURZ, HEINZ D., DIETZENBACHER, ERIK Y CHRISTIAN LAGER (1998): *Input-Output Analysis*. Cheltenham: Edward Elgar. The International Library of Critical Writings in Economics, 92, 3 vols.
- LAHIRI, SAJAL (1983): "A Note on the Underestimation and Overestimation in Stochastic Input-Output Models," *Economic Letters*, 13, 361-366.
- LAHIRI, SAJAL Y STEVE SATCHELL (1985): "Underestimation and Overestimation of the Leontief Inverse Revisited," *Economic Letters*, 18, 181-186.
- LAHIRI, SAJAL Y STEVE SATCHELL (1986): "Properties of the Expected Value of the Leontief Inverse: Some Further Results," *Mathematical Social Sciences*, 11, 69-82.
- LAHR, MICHAEL L. Y ERIK DIETZENBACHER (2001): *Input-Output Analysis. Frontiers and extensions*. Hampshire: Palgrave.
- LEONTIEF, WASSILY (1967): "An Alternative to Aggregation in Input-Output Analysis and National Accounts," *Review of Economics and Statistics*, 49, 412-419.
- LEONTIEF, WASSILY (1986): *Input-Output Economics*. Nueva York: Oxford University Press.
- LONDERO, ELIO (1990): "On the Treatment of Secondary Products and By-Products in the Preparation of Input-Output Tables," *Economic Systems Research*, 2, 321-322.
- MADDALA, G. S. (1997): *Introducción a la Econometría*. México: Prentice-Hall.
- MARTIN, GUILLERMINA (2001): *Introducción a la Econometría*. Madrid: Prentice-Hall.
- MATTEY, JOE P. (1993): "Evidence on Input-Output Technology Assumptions from the Longitudinal Research Database," Discussion Paper Centre for Economic Studies, #93-8, US Bureau of the Census.
- MATTEY, JOE P. Y THIJS TEN RAA (1997): "Primary Versus Secondary Production Techniques in US Manufacturing," *Review of Income and Wealth*, 43, 449-464.
- McCAMLEY, FRANCIS, SCHREINER, DEAN Y GEORGE MUNCRIEF (1973): "A Method for Estimating the Sampling Variances of Multipliers Derived from a From-To-Model," *Annals of Regional Science*, 7, 81-89.
- McMENAMIN, DAVID G. Y JOSEPH E. HARING (1974): "An Appraisal of Nonsurvey Techniques for Estimating Regional Input-Output Models," *Journal of Regional Science*, 14, 191-205.
- MIERNYK, WILLIAM H. (1965): *The Elements of Input-Output Analysis*. Nueva York: Random House.
- MIERNYK, WILLIAM H. (1976): "Comments on Recent Developments in Input-Output Analysis," *International Regional Science Review*, 1, 47-55.
- MIERNYK, WILLIAM H. ET ALIA (1970): *Simulating regional economic development*. Lexington: DC Heath.
- MILLER, RONALD E. Y PETER D. BLAIR (1985): *Input-Output Analysis: Foundations and Extensions*. Nueva Jersey: Prentice Hall.
- MOHNEN, PIERRE, TEN RAA, THIJS Y GILLES BOURQUE (1997): "Mesures de la Croissance de la Productivité dans un Cadre d'équilibre General : l'économie du Québec entre 1978 et 1984," *Canadian Journal of Economics*, 30, 295-307.
- MORRISON, W. I. Y P. SMITH (1974): "Nonsurvey Input-Output Techniques at the Small Area Level: an Evaluation," *Journal of Regional Science*, 14, 1-14.
- NACIONES UNIDAS (1968): *A System of National Accounts*. Studies in Methods Series F, No. 2, rev.3. Nueva York: Naciones Unidas.
- NACIONES UNIDAS (1973): *Input-output Tables and Analysis*, Studies in Methods Series F, No. 14, rev.1. Nueva York: Naciones Unidas.
- NACIONES UNIDAS (1999): *Handbook of Input-Output Table Compilation and Analysis*. Studies in Methods Series F, No. 74. Nueva York: Naciones Unidas.
- NACIONES UNIDAS, EUROSTAT, FMI, OCDE Y BM (1993): *A system of national accounts 1993*. Bruselas-Luxemburgo, Nueva York, París, Washington DC: Naciones Unidas.
- NOVALES, ALFONSO (1998): *Econometría*. Madrid: McGraw-Hill.
- O'CONNOR, ROBERT Y EDMUND W. HENRY (1975): *Input-Output Analysis and its Applications*. Londres: Charles Griffin and Co. Ltd., Griffin's Statistical Monographs and Courses #36.
- OFFICE OF STATISTICAL STANDARDS (1974): *Input-Output Tables for 1970*. Tokyo: Institute for Dissemination of Government Data.
- PARK, SE-HARK (1973): "On Input-Output Multipliers with Errors in Input-Output Coefficients," *Journal of Economic Theory*, 6, 399-403.
- PARK, SE-HARK, MOHTADI, MALEK Y ATIF KUBURSI (1981): "Errors in Regional Non-Survey Input-Output Models: Analytical and Simulation Results," *Journal of Regional Science*, 21, 321-340.
- PERACCHI, FRANCO (2001): *Econometrics*. Chichester: John Wiley and Sons.
- PINDYCK, ROBERT S. Y DANIEL L. RUBINFELD (2001): *Econometría: Modelos y Pronósticos*. México: McGraw-Hill.
- POLENSKE, KAREN R. Y JIRI V. SKOLKA (1976): *Advances in Input-Output Analysis*. Cambridge: Ballinger.
- PULIDO, ANTONIO Y EMILIO FONTELA (1993): *Análisis Input-Output. Modelos, Datos y Aplicaciones*. Madrid: Pirámide.
- PULIDO, ANTONIO Y JULIÁN PÉREZ (2001): *Modelos Económicos*. Madrid: Pirámide.
- QUANDT, RICHARD E. (1958): "Probabilistic Errors in the Leontief Systems," *Naval Research Logistics Quarterly*, 5, 155-170.
- QUANDT, RICHARD E. (1959): "On the Solution of Probabilistic Leontief Systems," *Naval Research Logistics Quarterly*, 6, 295-305.
- QUANDT, RICHARD E. (1997b): *Eviews Command and Programming References*. Irvine: QMS.
- QUANTITATIVE MICRO SOFTWARE (1997a): *Eviews 3. User's Guide*. Irvine: QMS.

- QUESNAY, FRANÇOIS (1974): *El "Tableau Economique" y Otros Escritos Fisiocráticos*. Barcelona: Fontamara.
- RAINER, NORBERT (1989): "Descriptive Versus Analytical Make-Use Systems: Some Austrian Experiences," capítulo 5 en *Frontiers of Input-Output Analysis*, ed. por Ronald E. Miller, Karen R. Polenske y Adam Z. Rose. Nueva York: Oxford University Press.
- RAINER, NORBERT Y JOSEF RICHTER (1989): "The SNA Make-Use Framework as a Descriptive Basis for IO Analysis," en *Compilation of Input-Output Data*, ed. por Alfred Franz y Norbert Rainer. Viena: Orac.
- RAINER, NORBERT Y JOSEF RICHTER (1992): "Some Aspects of the Analytical Use of Descriptive Make and Absorption Tables," *Economic Systems Research*, 4, 159-172.
- RICHARDSON, HARRY W. (1972): *Input-Output and Regional Economics*. London: Weidenfeld and Nicolson.
- ROLAND-HOLST, DAVID W. (1989): "Bias and Stability of Multiplier Estimates," *Review of Economics and Statistics*, 71, 718-721.
- ROUND, JEFFREY I. (1978): "An Interregional Input-Output Approach to the Evaluation of Non-Survey Methods," *Journal of Regional Science*, 18, 179-194.
- SÁNCHEZ, CARLOS (1999): *Métodos Económicos*. Barcelona: Ariel.
- SCHAFFER, WILLIAM A. Y KONG CHU (1969): "Nonsurvey Techniques for Constructing Regional Interindustry Models," *Papers of the Regional Science Association*, 23, 83-101.
- SEBALD, ANTHONY V. (1974): "An Analysis of the Sensitivity of Large Scale Input-Output Models to Parametric Uncertainties," Center for Advanced Computation Document No.122. Urbana II: Universidad de Illinois en Urbana-Champaign.
- SHERMAN, JACK Y WINIFRED J. MORRISON (1950): "Adjustment of an Inverse Matrix Corresponding to a Change in One Element of a Given Matrix," *Annals of Mathematical Statistics*, 21, 124-127.
- SIMONOVITS, ANDRÁS (1975): "A Note on the Underestimation and Overestimation of the Leontief Inverse," *Econometrica*, 43, 493-498.
- STAHRER, CARSTEN (1982): "Connecting National Accounts and Input-Output Tables in the Federal Republic of Germany," en *Compilation of Input-Output Tables*, ed. por Jiri V. Skolka, 164-187. Berlín: Springer.
- STAHRER, CARSTEN (1985): "Transformation Matrices in Input-Output Compilation," en *Input-Output Modeling*, ed. por A. Smyshlyaev, 225-236. Nueva York: Springer.
- STEENGE, ALBERT E. (1989): "Second Thoughts on the Commodity Technology and the Industry Technology Approaches," en *Compilation of input-output data* ed. por Alfred Franz y Norbert Rainer. Viena: Orac.
- STEENGE, ALBERT E. (1990): "The Commodity Technology Revisited: Theoretical Basis and an Application to Error Location in the Make-Use Framework," *Economic Modelling*, 7, 376-387.
- STEENGE, ALBERT E. Y PAULUS J. A. KONIJN (1992): "A New Approach to Irreducibility in Multisectoral Models with Joint Production," *Economic Systems Research*, 4, 159-172.
- STEVENS, BENJAMIN H. Y GLYNNIS A. TRAINER (1980): "Error Generation in Regional Input-Output Analysis and its Implication for Non-Survey Models," en *Economic Impact Analysis: Methodology and Application* ed. por S. Pleeh, 68-84. Boston: Martinus Nijhoff.
- STONE, JOHN RICHARD NICHOLAS (1961): *Input-Output and National Accounts*. París: OCDE.
- TEN RAA, THIJS (1988): "An Alternative Treatment of Secondary Products in Input-Output Analysis: Frustration," *Review of Economics and Statistics*, 70, 535-540.
- TEN RAA, THIJS (1994): "On the Methodology of Input-Output Analysis," *Regional Science and Urban Economics*, 24, 3-27.
- TEN RAA, THIJS (1995a): *Linear Analysis of Competitive Economies*. Hertfordshire: Harvester Wheatsheaf.
- TEN RAA, THIJS (1995b): "Commodity and Sector Classifications in Linked Systems of National Accounts," en *Social Statistics, National Accounts and Economic Analysis* ed. por E. Giovannini, 31-36. Roma: Italian National Institute of Statistics, Annali di Statistica, Serie X, vol. 6, Anno 124.
- TEN RAA, THIJS, CHAKRABORTY, DEBESH Y J. ANTHONY SMALL (1984): "An Alternative Treatment of Secondary Products in Input-Output Analysis," *Review of Economics and Statistics*, 66, 88-97.
- TEN RAA, THIJS Y PIETER S. M. KOP JANSEN (1998): "Bias and Sensitivity of Multipliers," *Economic Systems Research*, 10, 275-283.
- TEN RAA, THIJS Y PIERRE MOHNEN (1994): "Neoclassical Input-Output Analysis," *Regional Science and Urban Economics*, 24, 135-159.
- TEN RAA, THIJS Y PIERRE MOHNEN (2001): "The Location of Comparative Advantages on the Basis of Fundamentals Only," *Economic Systems Research*, 13, 93-108.
- TEN RAA, THIJS Y PIERRE MOHNEN (2002): "Neoclassical Growth Accounting and Frontier Analysis: a Synthesis," *Journal of Productivity Analysis*, 18, 11-28.
- TEN RAA, THIJS Y RUEDA CANTUCHE, JOSÉ M. (2003a): "The Construction of Input-Output Coefficients Matrices in an Axiomatic Context: Some Further Considerations," *Economic Systems Research*, 15, 439-455.
- TEN RAA, THIJS Y RUEDA CANTUCHE, JOSÉ M. (2003b): *The Construction of Input-Output Coefficients Matrices in an Axiomatic Context: Some Further Considerations*, Documento de trabajo, No. E2003/30. Fundación Centro de Estudios Andaluces. Centra.
- TEN RAA, THIJS Y MARK F. J. STEEL (1994): "Revised Stochastic Analysis of an Input-Output Model," *Regional Science and Urban Economics*, 24, 361-371.
- TEN RAA, THIJS Y RICK VAN DER PLOEG (1989): "A Statistical Approach to the Problem of Negatives in Input-Output Analysis," *Economic Modelling*, 6, 2-19.
- TEN RAA, THIJS Y EDWARD WOLFF (2000): "Engines of Growth in the US Economy," *Structural Change and Economic Dynamics*, 11, 473-489.
- TEN RAA, THIJS Y EDWARD WOLFF (2001): "Outsourcing of Services and the Productivity Recovery in US Manufacturing in the 1980s and 1990s," *Journal of Productivity Analysis*, 16, 149-165.
- THAGE, BENT (1986): "Commodity Flow Systems and Construction of Input-Output Tables in Denmark," en *Arbejdsnotat* No. 15 ed. por Danmarks Statistik. Copenhagen: Danmarks Statistik.

- VAN RIJCKEGHEM, W. (1967): "An Exact Method for Determining the Technology Matrix in a Situation with Secondary Products," *Review of Economics and Statistics*, 49, 607-608.
- VIET, VU QUANG (1986): *Study of Input-Output Tables:1970-1980*. Nueva York: Oficina Estadística de las Naciones Unidas.
- VIET, VU QUANG (1994): "Practices in Input-Output Table Compilation," *Regional Science and Urban Economics*, 24, 27-54.
- WEST, GUY R. (1981): "An Efficient Approach to the Estimation of Regional Input-Output Tables," *Environmental and Planning A*, 13, 857-867.
- WEST, GUY R. (1986): "A Stochastic Analysis of an Input-Output Model," *Econometrica*, 54, 363-374.
- WEST, GUY R. (1994): "Sensitivity and Key Sector Analysis in Input-Output Models," *Australian Economic Papers*, 21, 365-378.
- WHITE, HALBERT (1980): "A Heterocedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heterocedasticity," *Econometrica*, 48, 817-838.
- WIBE, SÖREN (1982): "The Distribution of Input Coefficients," *Economics of Planning*, 2, 65-70.
- WOOLBRIDGE, JEFFREY M. (2001): *Introducción a la Econometría: Un Enfoque Moderno*. México: Thomson Learning.
- YAN, C. S. (1969): *Introduction to Input-Output Economics*. Nueva York: Holt, Rinehart and Winston Inc. Principles of Economic Series.
- YERSHOV, E. B. (1969): "Uncertainty of Information and Stability of Solutions to the Static Planned Input-Output System," *Problems of Macroeconomic Optimum*. Moscú: Ekonomika, [en ruso].
- YOUNG, PAULA C. (1986): "The US Input-Output Experience – Present Status and Future Prospects," en *Problems of Compilation of Input-Output Tables*, ed. por Alfred Franz y Norbert Rainer, 121-145. Viena: Orac.



